

# 3. Risques et performances de portefeuille

**Objectifs du chapitre :** à la fin de ce chapitre, vous devrez savoir...

- Calculer la rentabilité d'un portefeuille
- Présenter et calculer des mesures de performance d'un portefeuille (Sharpe, Treynor, Jensen, Ratio d'information, Black-Treynor)

**Plan :**

- 1- Calcul de la rentabilité d'un portefeuille
- 2- Risque et performance
- 3- Conclusion sur les trois mesures de performance traditionnelles

**Bibliographie :**

Alphonse, Desmuliers, Grandin & Levasseur (2013), *Gestion de portefeuille et marchés financiers*, Pearson (chapitre 14)

## **Analyser la performance** implique de :

- indiquer la rentabilité réalisée (performance « absolue »)
- tenir compte des objectifs de gestion → évaluer la performance relativement à une référence = *benchmark* (performance « relative »)
- décomposer la performance selon les sources de rentabilité
- attribuer la performance aux décisions de gestion
- ajuster la performance pour tenir compte du niveau de risque pris

## **MAIS...**

- Marché efficient  $\Rightarrow$  impossible de « battre le marché » systématiquement
- Argument commercial
- « Le placement en Bourse est risqué, vous pouvez subir des pertes. Les performances passées ne préjugent pas des performances futures. Elles ne sont pas constantes dans le temps. »

# 1- CALCUL DE LA RENTABILITÉ D'UN PORTEFEUILLE

## 1.1- Sans apport ni retrait de fonds :

rentabilité (arithmétique) :  $R_0 = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$

## 1.2- En cas d'apport ou retrait de fonds :

### (1) taux de rentabilité interne (actuariel)

$R_A$  (taux de rentabilité actuariel annualisé) vérifie :  $V_0 = \sum_{t=1}^{365} \frac{F_t}{(1 + R_A)^{t/365}} + \frac{V_1}{1 + R_A}$

- $F_t > 0$  pour un retrait le jour  $t$ ,  $F_t < 0$  pour un versement le jour  $t$  (point de vue de l'épargnant)
- valeur initiale + apports actualisés = retraits actualisés + valeur finale
- techniquement précise, mais lourde à mettre en œuvre (un TRA...)
- mesure de la rentabilité de l'ensemble des capitaux investis

## (2) rentabilité pondérée par les capitaux investis

Calculer une 'rentabilité arithmétique' par rapport à la moyenne des capitaux investis.

rentabilité pondérée par les capitaux investis : 
$$R_{PC} = \frac{V_1 - V_0 + \sum F_t}{V_0 - \bar{F}}$$

**méthode exacte** : la moyenne des flux est pondérée par le temps exact

$$\bar{F} = \sum_t \frac{365-t}{365} F_t$$

**méthode simplifiée** : les flux sont considérés comme ayant lieu en milieu de période

$$\bar{F} = \frac{1}{2} \sum F_t$$

- plus simple à calculer que le taux de rentabilité interne
- approximative (ne prend pas en compte la capitalisation des flux)

### (3) rentabilité pondérée par le temps

Chaînage des taux de rentabilité arithmétiques successifs

rentabilité pondérée par le temps : 
$$R_{PT} = \prod_t \frac{V_t}{V_{t-1}} - 1$$

où  $t$  est une sous-période entre deux apports/retraits successifs.

- mesure la rentabilité par unité de monnaie investie
- fait abstraction des entrées/sorties de fonds
- pour comparer différents gérants, à capitaux investis identiques
- recommandée par le *Chartered Financial Analysts Institute* (<http://www.cfainstitute.org/>)
- recommandé par l'AMF (Guide des documents réglementaires des OPC – DOC 2011-05 page 13)

#### 1.3- la performance dépend aussi :

- de la taille du fonds (grande taille → plus d'opportunités de placement)
- du volume des apports et retraits de fonds → nécessité de conserver des liquidités
- tenir compte des frais : d'entrée, de sortie, de gestion

## Exemple :

date	valeur début de mois	valeur en fin de mois	Retrait (+) / apport (-) en début de mois
01/01/11	10 000,00	11 200,00	
01/02/11	12 200,00	14 274,00	-1 000,00
01/03/11	16 074,00	14 788,08	-1 800,00
01/04/11	14 288,08	12 573,51	500,00
01/05/11	13 873,51	14 567,19	-1 300,00
01/06/11	13 567,19	15 330,92	1 000,00
01/07/11	16 230,92	16 717,85	-900,00
01/08/11	14 717,85	16 042,45	2 000,00
01/09/11	16 842,45	15 158,21	-800,00
01/10/11	14 758,21	13 725,13	400,00
01/11/11	14 025,13	14 305,64	-300,00
01/12/11	13 105,64	14 416,20	1 200,00

rentabilité arithmétique = 44,16%

taux de rentabilité interne = 28,34%

rentabilité pondérée par les capitaux simplifiée = 32,54%

rentabilité pondérée par les capitaux exacte = 28,32%

rentabilité pondérée par le temps = 32,72%

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>
<b>1</b>	date	valeur du fonds en début de mois	valeur du fonds en fin de mois	Retrait (+) ou apport (-) en début de mois	1+rentabilité mensuelle	nombre de jours par mois	durée de placement du flux (en j)	durée de placement du flux (en % d'année)
<b>2</b>	01/01/11	=-D2	=E2*B2	-10 000,00	1,12	=A3-A2	=\$F\$14	=G2/\$F\$14
<b>3</b>	01/02/11	=C2-D3	=E3*B3	-1 000,00	1,17	=A4-A3	=SOMME(F3:F\$13)	=G3/\$F\$14
<b>4</b>	01/03/11	=C3-D4	=E4*B4	-1 800,00	0,92	=A5-A4	=SOMME(F4:F\$13)	=G4/\$F\$14
<b>5</b>	01/04/11	=C4-D5	=E5*B5	500,00	0,88	=A6-A5	=SOMME(F5:F\$13)	=G5/\$F\$14
<b>6</b>	01/05/11	=C5-D6	=E6*B6	-1 300,00	1,05	=A7-A6	=SOMME(F6:F\$13)	=G6/\$F\$14
<b>7</b>	01/06/11	=C6-D7	=E7*B7	1 000,00	1,13	=A8-A7	=SOMME(F7:F\$13)	=G7/\$F\$14
<b>8</b>	01/07/11	=C7-D8	=E8*B8	-900,00	1,03	=A9-A8	=SOMME(F8:F\$13)	=G8/\$F\$14
<b>9</b>	01/08/11	=C8-D9	=E9*B9	2 000,00	1,09	=A10-A9	=SOMME(F9:F\$13)	=G9/\$F\$14
<b>10</b>	01/09/11	=C9-D10	=E10*B10	-800,00	0,90	=A11-A10	=SOMME(F10:F\$13)	=G10/\$F\$14
<b>11</b>	01/10/11	=C10-D11	=E11*B11	400,00	0,93	=A12-A11	=SOMME(F11:F\$13)	=G11/\$F\$14
<b>12</b>	01/11/11	=C11-D12	=E12*B12	-300,00	1,02	=A13-A12	=SOMME(F12:F\$13)	=G12/\$F\$14
<b>13</b>	01/12/11	=C12-D13	=E13*B13	1 200,00	1,10	=A14-A13	=SOMME(F13:F\$13)	=G13/\$F\$14
<b>14</b>	01/01/12			=C13		=SOMME(F2:F13)		
<b>15</b>	somme des flux nets			=SOMME(D3:D13)				

rentabilité arithmétique	$= (C13 - B2) / B2$
taux de rentabilité interne	$= \text{TRI.PAIEMENTS}(D2:D14; A2:A14)$
rentabilité pondérée par les capitaux simplifiée	$= (D14 + D2 + D15) / (-D2 - D15/2)$
rentabilité pondérée par les capitaux exacte	$= (D14 + D2 + D15) / (-D2 - \text{SOMMEPROD}(D3:D13; H3:H13))$
rentabilité pondérée par le temps	$= \text{PRODUIT}(E2:E13) - 1$



## 2- RISQUE ET PERFORMANCE

Application du MEDAF : mesurer les performances des gestionnaires de fonds.

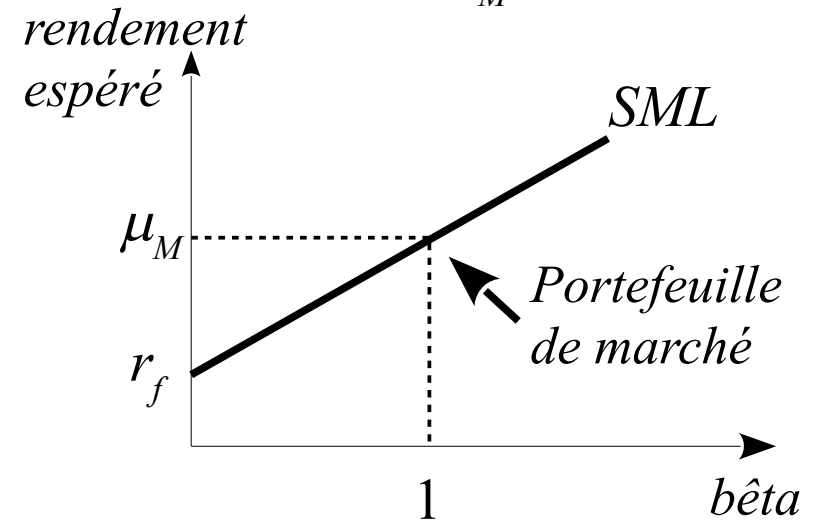
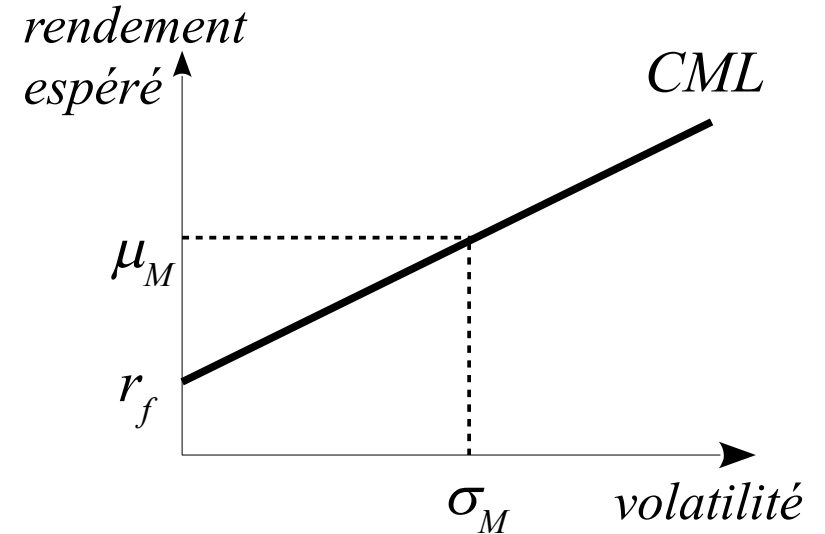
### 2.1- Implications du MEDAF

- A l'équilibre du marché, tous les portefeuilles efficients sur la « droite de marché » (CML, *Capital Market Line*). Ils ont le même ratio de Sharpe que le portefeuille de marché.

$$\text{CML : } \mu_P = r_f + \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M} \sigma_P \Leftrightarrow \frac{\mu_P - r_f}{\sigma_P} = \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M}$$

- A l'équilibre, tous les portefeuilles et tous les actifs sont sur la « droite du MEDAF » (SML, *Security Market Line*). Ils ont le même ratio de Treynor que le portefeuille de marché.

$$\text{SML : } \mu_i = r_f + \beta_i (\mu_M - r_f) \Leftrightarrow \frac{\mu_i - r_f}{\beta_i} = \frac{\mu_M - r_f}{1}$$



## 2.2- Mesures du risque :

- **Volatilité : l'écart-type de rentabilité**

Estimation de l'écart-type sur  $n$  périodes (fonction « ECARTYPE » d'un tableur) :

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2} \quad \text{où} \quad \bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i \quad \text{est la moyenne des } R_i.$$

- **Bêta : part de risque non diversifiable (systématique) du portefeuille**

*Un portefeuille efficient est composé de titres sans risques et du portefeuille de marché (théorème de séparation en deux fonds)*

*Le bêta d'un portefeuille est égal à la moyenne pondérée des bêtas des titres qui le composent.*

*Le bêta du portefeuille de marché est égal à 1*

*Le bêta du portefeuille efficient (parfaitement diversifié) mesure la fraction investie dans le portefeuille de marché, donc le risque non diversifiable du portefeuille*

Estimation (sous les hypothèses des MCO, fonction « DROITEREG » d'un tableur) :

$$R_i - r_f = \alpha_i + \hat{\beta}_i (R_M - r_f) + e_i \quad \text{rappel : } \beta_i = \text{cov}(R_i, R_M) / V(R_M)$$

- **VaR : Value-at-Risk** (cf. chapitre suivant)

## 2.3- Trois mesures de performance traditionnelles : Sharpe, Treynor, Jensen

### Le ratio de *Sharpe*

Sharpe W. (1966), « Mutual Fund Performance », J. of Business

ratio de Sharpe :  $S_P = \frac{\mu_P - r_f}{\sigma_P}$  = rémunération unitaire moyenne du risque total

Gestion d'un portefeuille avec objectif de risque déterminé

- choisir les parts d'actif sans risque et de portefeuille de marché
  - portefeuille sur la CML : objectif de risque atteint par construction ;
  - pas de talent de gestion particulier
- choisir des titres risqués tels que le risque du portefeuille soit égal à l'objectif
  - le fonds le plus performant est celui qui a le ratio de Sharpe le plus élevé

## Extension : le ratio d'information

Sharpe (1994), « The Sharpe Ratio », J. Portfolio Mgt

Remplacer le taux sans risque par un benchmark

ratio d'information :  $IR_P = \frac{\mu_P - \mu_B}{\sigma(R_P - R_B)}$  = rémunération résiduelle par « unité de risque résiduel »

Explication :

Le benchmark a une rentabilité  $R_B$ , le portefeuille a une rentabilité  $R_P$ .

Sur une période donnée :

- $\mu_P - \mu_B$  → rémunération moyenne du portefeuille en excès du benchmark
- $\sigma(R_P - R_B)$  → volatilité de cette rémunération excédentaire (« tracking error »)

En pratique (cf. Jacquillat, Solnik & Pérignon (2009) p. 374) :

- $IR = 1$  → exceptionnel
- $IR = 0,5$  → rare
- $IR = 0,2$  à  $0,3$  → excellent

**L'indice de Treynor** Treynor, J. (1965), « How to rate Management Investment funds », Harvard Bus. Rev.

indice de Treynor :  $T_P = \frac{\mu_P - r_f}{\beta_P}$  = rémunération unitaire du risque systématique

Seul le risque non diversifiable « mérite » une rémunération  
(une rentabilité supérieure au taux sans risque).

- le fonds le plus performant est celui qui a le ratio de Treynor le plus élevé
- indicateur de performance d'un portefeuille bien diversifié, constituant une partie seulement des actifs d'un investisseur.

**L'alpha de Jensen** Jensen M. (1968), « The performance of mutual funds in the period 1945-1964 », J. Fin.

Ratio de Sharpe et indice de Treynor → primes de risques unitaires  
→ *performances relatives à l'actif sans risque*

alpha de Jensen :  $\alpha_i = \bar{r}_i - \left[ r_f + \hat{\beta}_i (\mu_M - r_f) \right]$  = excès de rentabilité sur un *benchmark de même risque systématique*.

Explication :

$$\text{SML} \Rightarrow \mu_i = r_f + \beta_i (\mu_M - r_f) \quad \text{et} \quad \mu_i = \bar{r}_i + \epsilon_i$$

→ régression de la prime de risque du portefeuille sur la prime de risque du marché :

$$r_i - r_f = \alpha_i + \hat{\beta}_i (R_M - r_f) + e_i \quad \text{où } e_i \text{ est le résidu de la régression (de moyenne nulle).}$$

→ en moyenne, on a donc :  $\alpha_i = \bar{r}_i - \left[ r_f + \hat{\beta}_i (\mu_M - r_f) \right]$

- alpha → part de rentabilité due au choix du gestionnaire de fonds
- le fonds le plus performant est celui qui a l'alpha le plus élevé

## Extension : le ratio de Black-Treynor

Treynor & Black (1973), « How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection », J. of Business

L'alpha de Jensen permet de comparer des fonds d'une même classe de référence (de même niveau de risque)

Pour comparer des fonds de niveaux de risque différents :

ratio de Black-Treynor :  $BT_P = \frac{\alpha_P}{\beta_P}$

- le fonds le plus performant a le ratio de Black-Treynor le plus élevé

## Extension : modèles multifactoriels

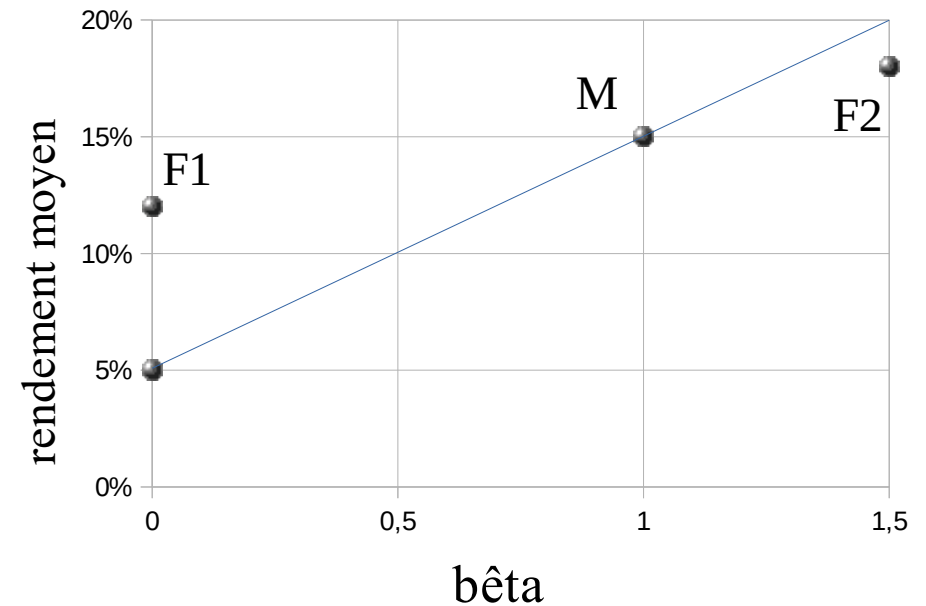
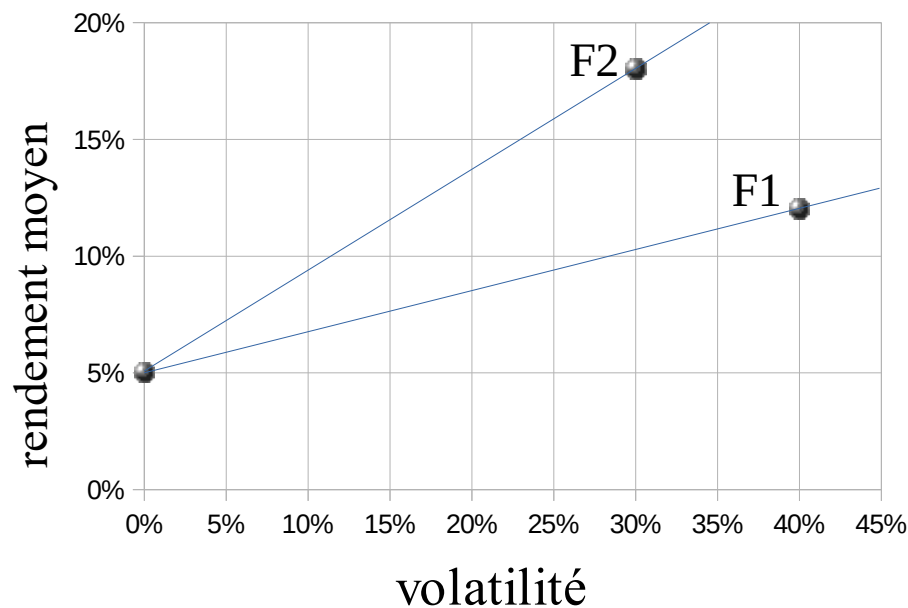
Fama & French (1992), « The cross-section of expected stock returns », J. of Finance

Mesurer « alpha » en prenant en compte d'autres facteurs que la prime de risque du marché :

- capitalisation boursière : SMB (*small – big*) : différence de rentabilités d'un portefeuille de petite capitalisations et d'un portefeuille de grande capitalisations
- ratio book to market : HML (*high – low*) différence de rentabilités d'un portefeuille de ratio élevé et d'un portefeuille de ratio bas

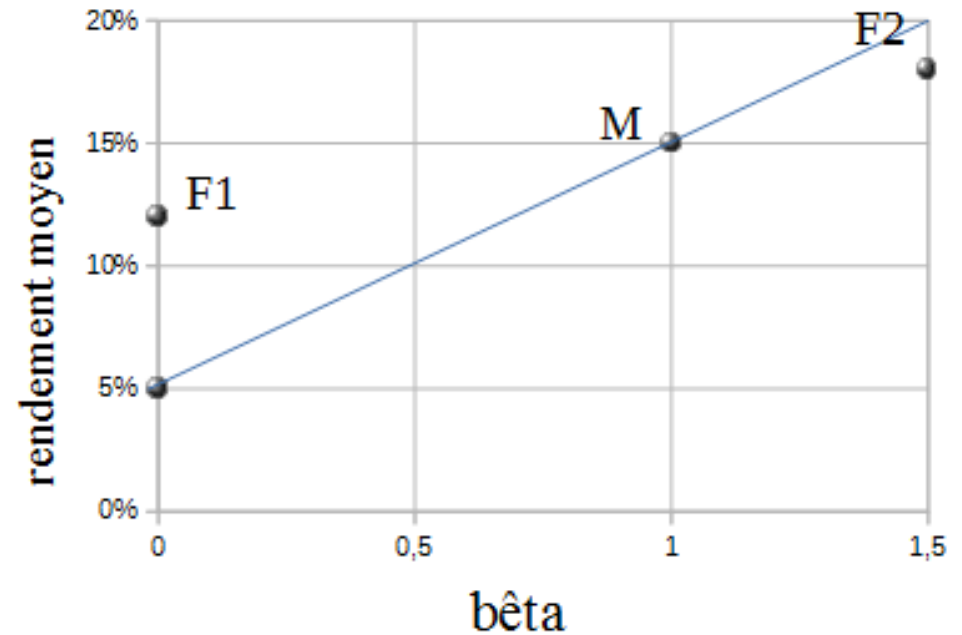
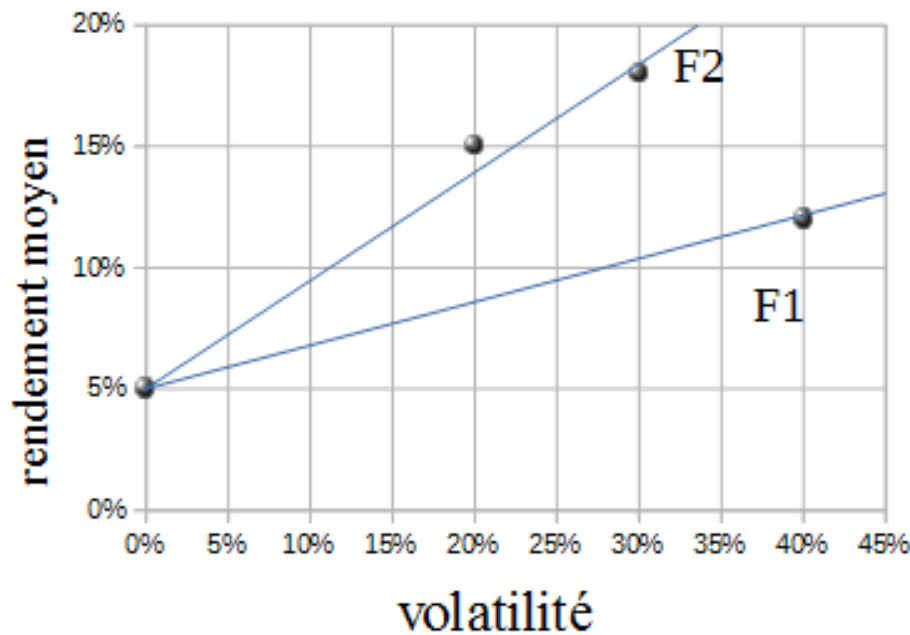
**Exemple :** sur l'année écoulée, la rentabilité moyenne du marché a été de 15%, avec un écart-type de 20%, le taux sans risque étant de 5%. Deux fonds F1 et F2...

	rendement moyen	écart-type du rendement	bêta	Sharpe	Treynor	Alpha (Jensen)
F1	0,12	0,4	0			
F2	0,18	0,3	1,5			





	rendement moyen	écart-type du rendement	bêta	Sharpe	Treynor	Jensen	Black-Treynor	risque résiduel (benchmark = marché)	Information Ratio
F1	12,00%	40,00%	0	0,175	#DIV/0 !	7,00%	#DIV/0 !	0,4472	-0,0671
F2	18,00%	30,00%	1,5	0,433	0,087	-2,00%	-1,33%	0,1	0,3
M	15,00%	20,00%	1	0,500	0,100	0,00%			
sans risque	5,00%	0	0						



Pour calculer Alpha : calculer la différence entre la rentabilité attendue du fonds, et celle d'un fonds de même bêta situé sur la droite du MEDAF, à savoir  $r_f + \beta_i (\mu_M - r_f)$ .

Pour F2 : la rentabilité moyenne du benchmark est :  $5\% + 1,5 \times 10\% = 20\%$ , et alpha vaut  $-2\%$ .

### 3- Conclusion sur les trois mesures de performance traditionnelles

- même fondement théorique (MEDAF)
- benchmarks différents
  - Sharpe, Treynor → actif sans risque
  - Jensen → *benchmark* de même risque
- difficultés liées au MEDAF
  - inobservabilité du « portefeuille de marché » (Critique de Roll 1977)
  - propriétés statistiques des rentabilités
  - instabilité des mesures de risque (volatilité, bêtas...)

#### (Très nombreuses) Extensions :

- Cogneau & Hübner (2009), « The (more than) 100 ways to measure portfolio performance », *Journal of Performance Measurement*, vol 13, n°4 et vol. 14 n°1
- Cogneau & Hübner (2009), « The 101 ways to measure portfolio performance », Working Paper, University of Liège, HEC Management School
- Le Sourd (2007), « Performance measurement for traditional investment », Working Paper, EDHEC

## **Le code de bonne de conduite des performances et des classements**

- L'AFG (Association Française de Gestion Financière) a édicté un code de bonne conduite relatif à la présentation des performances et des classements (1998)...
- En révision suite à la transposition de la directive MIF (2007) et la promulgation du règlement général de l'AMF.

## **Global Investment Performances Standards**

- « Les normes GIPS (Global Investment Performances Standards) sont des normes internationales de calcul et de présentation des performances d'actifs gérés pour compte de tiers...
- « L'application de ces normes permet aux investisseurs d'effectuer des analyses et des comparaisons internationales sur les performances des fonds et des mandats avec objectivité, quelque soit la nationalité de ces produits. »

<http://www.afg.asso.fr/>