1- Fondements

Objectif : exposer les principes de bases de la finance.

- principe d’actualisation et règle de la valeur actuelle nette
- principe d’arbitrage
- principe de neutralité de la structure financière

A la fin de ce chapitre, vous devrez savoir :

- définir les concepts fondamentaux : actualisation, capitalisation, taux d’actualisation, facteur d’actualisation, VAN, TRI, indice de profitabilité, zéro-coupon, rentabilité attendue, opportunité d’arbitrage, structure financière, CMPC, effet de levier, état de la nature, titre contingent, créance d’Arrow-Debreu, prix d’état, système complet de marchés ;
- expliquer la loi du Prix unique, l’absence d’opportunité d’arbitrage ;
- démontrer le théorème de Modigliani-Miller sur la neutralité de la structure financière dans le cas monopériodique avec ou sans incertitude ;
- calculer la valeur d’une suite de cash-flows attendus,
- calculer la valeur des fonds propres, dettes et actifs d’une entreprise, les prix d’états dans le cas monopériodique

Un modèle simple :

- temps limité à une période (→ généralisation à T périodes)
- marché des capitaux parfait, à l'équilibre
- pas d'impôts

Deux contextes : certitude / incertitude

Trois idées fondamentales :

- **règle de la valeur actuelle nette**
- **loi du prix unique (absence d'opportunité d'arbitrage)**
- **théorème de Modigliani-Miller (neutralité de la structure financière)**

Plan :

1- VALEUR ACTUELLE EN AVENIR CERTAIN

2- VALEUR ACTUELLE EN AVENIR INCERTAIN

3- LOI DU PRIX UNIQUE, ABSENCE D'OPPORTUNITÉ D'ARBITRAGE

4- THÉORÈME DE MODIGLIANI-MILLER

1- VALEUR ACTUELLE EN AVENIR CERTAIN

1.1- ACTUALISATION ET CAPITALISATION

- (H1) avenir connu avec certitude
- (H2) il existe une possibilité de placer/emprunter à taux d'intérêt sans risque r

marché des capitaux → échange de capitaux dans le temps

capitalisation : valorisation future d'une somme actuelle $VF(C_0) = C_0(1+r)$

actualisation : valorisation actuelle d'une somme future $VA(C_1) = \frac{C_1}{1+r}$

- **valeur actuelle = valeur future x facteur d'actualisation**
- La Valeur Actuelle permet de comparer des cash-flows survenant à des périodes différentes en les convertissant en équivalent « cash-flows présents »

→ Quel taux d'actualisation choisir ? UNE grande question de finance...

Généralisation à T périodes

capitalisation :

- valeur future (en T) d'un *cash-flow* actuel (C_0) placé au taux r avec intérêts composés (réinvestis) :

$$VF(C_0, T, r) = C_0(1+r)^T$$ → le taux r est « actuariel »

NB : si les intérêts ne sont pas réinvestis, la valeur future (en T) d'un *cash-flow* actuel (C_0) placé au taux r est donnée selon le *principe des intérêts simples* :

$$VFS(C_0, T, r) = C_0(1+r\times T)$$ → le taux r est « proportionnel »

- valeur future (en T) d'un ensemble de *cash-flows* (C_0, C_1, …, C_T) placés au taux r avec intérêts composés :

$$VF(C_0, C_1, \ldots, C_T) = C_0(1+r)^T + C_1(1+r)^{T-1} + \ldots + C_T = \sum_{t=0}^{T} C_t(1+r)^{T-t}$$

- si les taux d'intérêt varient (de manière connue) à chaque période :

$$VF(C_0, C_1, \ldots, C_T) = C_0\left[(1+r_1)(1+r_2)\ldots(1+r_T)\right] + C_1\left[(1+r_2)\ldots(1+r_T)\right] + \ldots + C_T$$

actualisation :

- valeur actualisée au taux actuariel r d'un *cash-flow* futur (C_T disponible en T) :

$$VA(C_T, T, r) = C_T \times v_T \text{ avec } v_T = \frac{1}{(1+r)^T}$$

- valeur actualisée au taux r d'une séquence de *cash-flows* futurs (C_0, C_1, …, C_T)

$$VA(C_0, C_1, \ldots, C_T) = C_0 v_0 + C_1 v_1 + \ldots + C_T v_T = \sum_{t=0}^{T} C_t v_t \text{ avec } v_t = \frac{1}{(1+r)^t}$$

soit :

$$VA(C_0, C_1, \ldots, C_T) = C_0 + \frac{C_1}{(1+r)} + \ldots + \frac{C_T}{(1+r)^T} = \sum_{t=0}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

- valeur actualisée au taux r d'une séquence de *cash-flows* futurs égaux entre eux ($C_0 = C_1 = \ldots = C_T = C$)

$$VA(C_0 = C, C_1 = C, \ldots C_T = C) = C \sum_{t=0}^{T} v_t \text{ avec } v_t = \frac{1}{(1+r)^t} = v^t \text{ et } \sum_{t=0}^{T} v^t = \frac{1 - v^{T+1}}{1 - v}$$

Équivalences de taux :

Deux taux sont équivalents sur une durée T s'ils conduisent à la même valeur future pour le même capital initial.

taux équivalents r et i sur des périodes de compositions resp. m et n	$(1+r)^m=(1+i)^n$
taux annuel r équivalent à un taux mensuel i	$r=(1+i)^{12}-1$
taux actuariel r équivalent à un taux proportionnel i sur une durée n	$(1+r)^n=1+n\times i$
taux continu ρ équivalent au taux actuariel r	$\mathrm{e}^{\rho n}=(1+r)^n$

Opérations à moins d'un an :

- taux proportionnel (pas de capitalisation sur des périodes infra-annuelles)
- base de calcul : exact / 365 (opérations bancaires)
exact / 360 (opérations de marché)

Valeur acquise / valeur actuelle :

valeur acquise V_n par un capital V_0 placé pendant n périodes au taux r	$V_n = V_0(1+r)^n$
valeur actuelle V_0 d'un capital V_n disponible dans n périodes, au taux r	$V_0 = V_n(1+r)^{-n}$
valeur future d'une suite d'annuités a placées *en fin de période* au taux i pendant n périodes (a placé pendant n – 1 périodes +...+ a placé pendant 0 période)	$V_n = a((1+i)^n - 1)/i$
valeur actuelle (au taux i) d'une suite d'annuités constantes a perçues en fin de période, pendant n périodes	$V_0 = a\left(1-(1+i)^{-n}\right)/i$
valeur actuelle (au taux i) d'une suite d'annuités croissant au taux g, perçues en fin de période, pendant n périodes	$V_0 = a_0\left(1-\left(\frac{1+i}{1+g}\right)^{-n}\right)/(i-g)$
valeur actuelle d'une (au taux i) d'une rente perpétuelle constante a perçue en fin de période	$V_0 = \frac{a}{i}$
valeur actuelle d'une (au taux i) d'une rente perpétuelle perçue en fin de période, croissante au taux g	$V_0 = \frac{a_0}{i-g}$
valeur actuelle d'une somme a reçue toutes les n années indéfiniment	$V_0 = a/\left(1-(1+i)^{-n}\right)$

actualisation et zéro-coupon

zéro-coupon unitaire = obligation (dette) donnant droit au paiement d'1€ à l'échéance (pas de coupons d'intérêt intermédiaire).

à 1 période :

$$VA(1) = \frac{1}{1+r_f} = v_1$$

→ facteur d'actualisation ≈ prix en $t = 0$ d'un zéro-coupon unitaire

Généralisation à T périodes

$$VA(1\,;r\,;t) = \frac{1}{(1+r)^t} = v_t$$

→ une séquence de cash-flows (C_0, C_1, …, C_T) s'interprète et s'évalue comme un portefeuille de zéro-coupon unitaires (C_t zéro-coupon unitaires d'échéance t).

1.2- VALEUR ACTUELLE ET DÉCISION D'INVESTISSEMENT

Projet caractérisé par : dépense immédiate I_0, cash-flows futurs (C_1, …, C_T)

- **Valeur actuelle nette :** valeur actuelle des cash-flows – montant investi.
- $VAN\left(I_0, C_1, \ldots, C_T\right) = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t} - I_0$

Plus généralement : flux de dépenses I_t et des flux de revenus F_t → des cash-flows nets $C_t > 0$ (cash inflow) ou $C_t < 0$ (cash outflow)

- **Valeur actuelle nette :** valeur actuelle des cash-flows nets
- $VAN\left(C_0, C_1, \ldots, C_T\right) = \sum_{t=0}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t}$

VAN >0 ⇒ création de richesse

Règle de la valeur actuelle nette :	**« entreprendre des projets ayant une valeur actuelle nette positive »**

Indice de profitabilité :

IP = valeur actuelle des revenus / valeur actuelle des dépenses d'investissement

$$IP = \left[\sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t} \right] / I_0$$ pour un flux de dépense initial I_0 → $$IP = 1 + \frac{VAN}{I_0}$$

$$IP = \left[\sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t} \right] / \left[\sum_{t=1}^{T} \frac{I_t}{(1+r)^t} \right]$$ pour des flux de revenus C_t et flux de dépenses I_t

IP > 1 : investissement rentable → création de richesse
IP < 1 : investissement non rentable → destruction de richesse

IP mesure la création de richesse par euro investi
→ utile pour choisir parmi plusieurs projets
choisir prioritairement les projets ayant IP le + élevé

Rentabilité attendue : rapport entre profit attendu et montant investi.

$$Rentabilit\acute{e}\ attendue = \frac{profit\ attendu}{montant\ investi}$$

à 1 période :

$R = \dfrac{C_1 - C_0}{C_0}$ où C_1 = valeur de revente + valeur (future) des revenus intermédiaires

R est tel que : $\dfrac{C_1}{1+R} - C_0 = 0 \;\rightarrow VAN(C_0, C_1) = 0$

à T périodes :

taux de rentabilité actuariel (TRA)
taux de rentabilité interne (TRI)
= taux d'actualisation annulant la VAN

$$VAN\left(C_0, C_1, \ldots, C_T\right) = 0 \Leftrightarrow \sum_{t=0}^{T} \frac{C_t}{\left(1+TRI\right)^t} = 0 \quad \text{(NB : } C_t > 0 \text{ ou } C_t < 0\text{)}$$

Critères d'investissement – VAN vs TRI

VAN	TRI	
VAN > 0	**TRI > taux de rentabilité exigé**	
Taux de réinvestissement = taux de rentabilité exigé	Taux de réinvestissement = TRI adapter le critère → TRI modifié	cf. exemple 1
Existe toujours	Peut ne pas exister Possibilité de valeurs multiples	cf. exemple 2
Règle identique quelles que soient les séquences de cash-flows	Changement de règle pour des projets où les recettes précèdent les dépenses (alors : TRI < taux d'actualisation)	cf. exemple 3
Peut s'accommoder de changement du taux d'actualisation	Un seul taux de rentabilité de référence	
En cas de projets mutuellement exclusifs		
Critère VAN reste cohérent	en cas de conflit de taille de projet : adapter le critère → TRI incrémental en cas de conflit de séquence : TRI « court-termiste »	cf. exemple 4 cf. exemple 5

(cf. Vernimmen, chap. sur le taux de rendement interne)

Exemple 1 : échéances différentes

année	01/07/10	01/07/11	01/07/12	01/07/13	01/07/14	01/07/15	01/07/16	01/07/17
Invest A	-5	6	0,5					
Invest B	-7,5	2	3	0	0	2,1	0	5,1

taux d’actualisation : 5 %

	VAN	TRI	=VAN.PAIEMENTS(5%;B2:I2;$B$1:$I$1) → taux ; valeurs ; dates =TRI.PAIEMENTS(B2:I2;$B$1:$I$1;0) → valeurs ; dates ; estimation du taux
Invest A	1,17	27,8%	→ A préférable au regard du TRI
Invest B	2,39	12,7%	→ B préférable au regard de la VAN

→ sera-t-il possible de réinvestir au taux « exceptionnel » de 27,8 % dans 3 ans ?
à long terme, les opportunités de croissances se font rares,
le TRI se rapproche du taux de rendement exigé...

→ TRI modifié : TRI calculé en capitalisant tous les cash-flows au taux exigé à la date terminale la plus éloignée

	Valeur au 01/07/17	TRI modifié
Invest A	$6\times1{,}05^6+0{,}5\times1{,}05^5 = 8{,}68$	8,20%
Invest B	$2\times1{,}05^6+3\times1{,}05^5+2{,}1\times1{,}05^2+5{,}1 = 13{,}9$	9,24%

→ les critères de VAN et de TRI sont réconciliés

Exemple 2 : TRI multiple ou inexistant

année	01/07/10	01/07/11	01/07/12	
Invest A	-1	8	-7	→ nécessité de « remettre en état »
InvestB	3,2	-7	4	

taux d'actualisation = 5 %

	VAN	TRI	
Invest A	0,27	0,0% ou 600,6%	→ deux TRI
Invest B	0,16	???	→ pas de TRI

Exemple 3 : placement ou endettement

année	01/07/10	01/07/11	01/07/12	
Invest A	-2	2	2	→ placement ou investissement
Invest B	2	-2	-2	→ endettement (ou service prépayé)

taux d'actualisation = 5 %

	VAN	TRI	
Invest A	1,72	61,7%	→ VAN de A et B opposées
Invest B	-1,72	61,7%	→ même TRI

NB :

- la VAN de B est *négative* si le taux d'actualisation est inférieur au TRI
- pour analyser B par le TRI : inversion du critère → TRI < taux d'actualisation

Exemple 4 : projets mutuellement exclusifs – conflit d'échelle

année	01/07/10	01/07/11	
Invest A	-10	15	→ « petit » projet
Invest B	-100	120	→ « grand » projet

taux d'actualisation = 10 %

	VAN	TRI	
Invest A	3,64	50 %	→ A préférable au regard du TRI
Invest B	9,09	20 %	→ B préférable au regard de la VAN

Continuer à utiliser le critère TRI en considérant le « projet incrémental » = projet « fictif » de cash-flows égaux à la différence entre les cash-flows du « grand » et du « petit » projet

année	01/07/10	01/07/11	VAN	TRI
projet incr	-90	105	5,45	17 %

→ projet à mettre en œuvre selon les critères VAN et TRI

(NB : faut-il choisir B, ou A + 90 placés à 10 % ?)

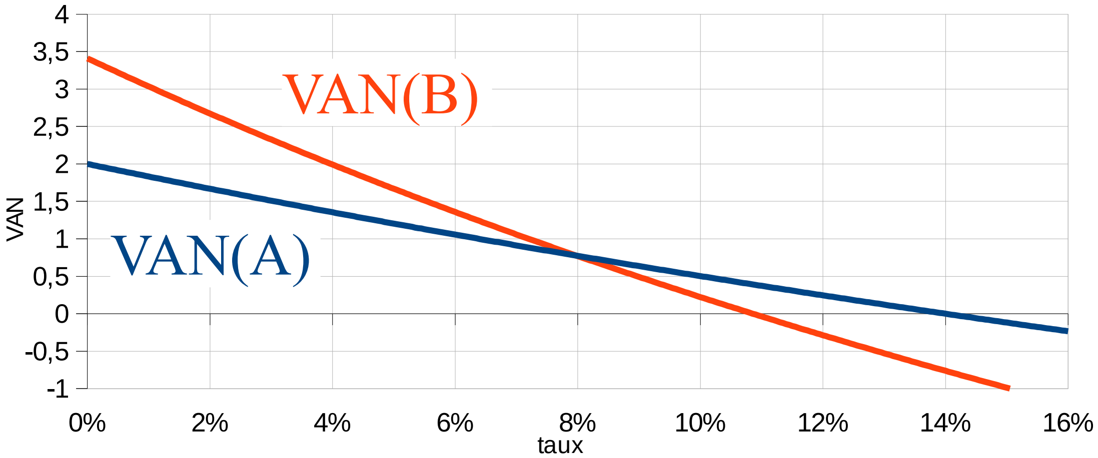
Exemple 5 : projets mutuellement exclusifs – conflit de séquence

année	01/07/10	01/07/11	01/07/12	01/07/13	
Invest A	-10	8	3	1	→ campagne marketing
Invest B	-10	0	2	11,41	→ développement nouveau prod

taux d'actualisation = 8 %

	VAN	TRI
Invest A	0,77	14,0 %
Invest B	0,77	10,9 %

→ A (« court terme ») préférable (TRI)



VAN(B) > VAN(A) si taux < 8 %

→ la décision dépend du taux d'actualisation

TRI favorise cash-flows précoces
→ critère « court termiste »

Pour des projets mutuellement exclusifs avec *conflit d’échelle et/ou de séquence*

indice de profitabilité : choisir prioritairement le(s) projet(s) ayant IP le + élevé

principe de l'annuité équivalente :

→ trouver l'annuité équivalente à chaque projet

valeur actuelle (au taux *i*) d’une suite d’annuités constantes *a* perçues en fin de période, pendant *n* périodes	$V_0 = a\left(1-(1+i)^{-n}\right)/i$

Annuité équivalente : $AE = \dfrac{i\, VAN_0}{1-(1+i)^{-n}}$

VAN_0 est la VAN du projet sur sa durée
n est la durée du projet

→ considérer une reconduction à l'identique *ad infinitum* : *AE* reçue chaque année
valeur du projet = AE/i

→ choisir le projet ayant l'annuité équivalente la plus grande.

Exercice 1 – CAS MYCO :

Myco envisage de moderniser ses installations, et considère deux projets alternatifs (exclusifs), pouvant être renouvelés indéfiniment :

- Projet (1) : acheter une machine XT1 d'une durée de vie de 6 ans
- Projet (2) : acheter une machine YT2 d'une durée de vie de trois ans.

Les cash-flows attendus des projets sont les suivants :

année	date	projet (1)	projet (2)
0	01/03/2016	-20 000,00 €	-10 000,00 €
1	01/03/2017	4 000,00 €	3 500,00 €
2	01/03/2018	7 000,00 €	6 500,00 €
3	01/03/2019	6 500,00 €	6 000,00 €
4	01/03/2020	6 000,00 €	
5	01/03/2021	5 500,00 €	
6	01/03/2022	5 000,00 €	

Le taux d'actualisation de Myco est 12%. Quel projet conseillez-vous ?

Exercice 2 – CAS YOCO :

Yoco dispose de 2000k€ et a l'opportunité d'investir dans les projets suivants :

Projet	dépense initiale	VAN
F	1200 k€	500 k€
G	1000 k€	480 k€
H	800 k€	300 k€
I	450 k€	150 k€
J	200 k€	40 k€

Quels projets conseillez-vous ?

2- VALEUR ACTUELLE EN AVENIR INCERTAIN

2.1- LES ÉTATS DE LA NATURE

Source d'incertitude = les « états de la nature » (hors de contrôle du décideur)

exemple : un seul parmi deux états se produira en $t = 1$

- bonne conjoncture (b), avec probabilité p ;
- mauvaise conjoncture (m), avec probabilité $(1 - p)$.

Le cash-flow d'un projet peut prendre deux valeurs, selon l'état de la nature.

→ une variable aléatoire

2.2- LES ACTIFS FINANCIERS

supposons deux types de titres :

– zéros-coupons unitaires : revenu « non-contingent » 1 € que l'état soit *b* ou *m*.

– des actions d'une société : revenu « contingent », a_{1b} si *b*, a_{1m} si *m*.

Valeur du zéro-coupons unitaire :

→ valeur du revenu actualisé au taux sans risque : $v_1 = \frac{1}{1+r_f}$

Valeur d'une action :

→ cash-flow attendu actualisé au taux de rentabilité attendu : $a = \frac{a_1}{1+r}$

cash-flow attendu ≡ espérance mathématique du cash-flow

$$a_1 \equiv E(\tilde{a}) = p \times a_{1\mathrm{b}} + (1-p) \times a_{1\mathrm{m}}$$

rentabilité attendue : $r = \frac{a_1 - a}{a}$ … l'espérance mathématique de la rentabilité.

2.3- LES TITRES CONTINGENTS ET LES PRIX D'ÉTAT

titres traités sur les marchés financiers
→ paniers de flux monétaires à des dates / dans des états de la nature différents
→ décomposés en **titres financiers élémentaires**

En **avenir certain** : les titres sont décomposés en <u>zéro-coupons unitaires</u>

- rapportent 1 à une date donnée, 0 aux autres dates

En **avenir incertain** : les titres sont décomposés en <u>créances contingentes</u>

- rapportent 1 dans un état de la nature donné, 0 dans les autres états

Les créances contingentes sont aussi appelés **créances d'Arrow-Debreu**.

exemple (avenir certain) : obligation émise par l'État, considérée comme sans risque, valeur nominale 100 €, intérêt de 6%, à échéance dans 3 ans

échéance	1 an	2 ans	3 ans
cash-flow	6 €	6 €	106 €

→ comparable à une combinaison de 3 zéro-coupons

zéro-coupon	échéance	valeur nominale	
1	1 an	6 €	*6 zéros-coupons unitaires à 1 an*
2	2 ans	6 €	*6 zéros-coupons unitaires à 2 ans*
3	3 ans	106 €	*106 zéros-coupons unitaires à 3 ans*

Prix de l'obligation = somme des prix des zéros-coupons

- $v_1 = 0{,}95$; $v_2 = 0{,}91$; $v_3 = 0{,}87$ (avec un taux d'actualisation de 4,90%)
- prix de l'obligation = $6\ v_1 + 6\ v_2 + 106\ v_3 = 103$

exemple (avenir incertain) :

	prix en t = 0	cash-flow si b	cash-flow si m
zéro-coupon unitaire	0,95	1	1
action	1,45	2	1

deux états → deux créances contingentes :

- B contingente à la « bonne conjoncture »
- M contingente à « mauvaise conjoncture »

Décomposition des titres en créances contingentes :

	nombre de B	nombre de M
zéro-coupon unitaire	1	1
action	2	1

Détermination des prix des titres contingents (appelés **prix d'état**)

- $v_{1b} = 0{,}50$; $v_{1m} = 0{,}45$.

Interprétation des créances contingentes : des **contrats d'assurance**

- B verse un revenu si l'état b se produit... une assurance « contre » l'état b !
- les prix d'état v_{1b} et v_{1m} sont les primes à payer pour s'assurer contre les risques économiques.

Décision d'investissement en univers incertain :

Projet caractérisé par : dépense immédiate I, cash-flows futurs C_{1b} et C_{1m}.

Valeur actuelle nette : valeur actuelle du cash-flow – montant investi.

$$VAN = C_{1\mathrm{b}} \times v_{1\mathrm{b}} + C_{1\mathrm{m}} \times v_{1\mathrm{m}} - I$$

Dès lors que les prix d'état sont connus, les probabilités associées aux cash-flows futurs n'interviennent pas dans le calcul.

3- LOI DU PRIX UNIQUE, ABSENCE D'OPPORTUNITÉ D'ARBITRAGE

3.1 – PRINCIPE GÉNÉRAL :

Loi du Prix Unique : ***sur un marché concurrentiel à l'équilibre, deux titres ayant les mêmes caractéristiques (mêmes cash-flows futurs) ont le même prix.***

Sinon, il existerait une **opportunité d'arbitrage** :

opportunité d'arbitrage =

- possibilité de réaliser un profit certain sans mise de fonds initiale (en univers certain).
- possibilité de réaliser un profit positif ou nul dans tous les états de la nature sans mise de fonds initiale (en univers incertain)

→ incompatible avec l'*équilibre* sur un marché concurrentiel

Équilibre → absence d'opportunité d'arbitrage → « There is no free lunch »

Principe d'arbitrage : acheter l'actif sous-évalué, vendre l'actif surévalué.

Exercice 3 : arbitrage

Le taux d'intérêt à un an est de 4,5 %.
Un bon du Trésor à un an cote 95 (en % du nominal).

Ces données sont-elles « cohérentes » ? Peut-on en profiter ?

(prix théorique du Bon du Trésor, arbitrage...)

Et si le Bon du Trésor cote 96 ?

3.2- LOI DU PRIX UNIQUE ET ABSENCE D'OPPORTUNITÉ D'ARBITRAGE EN INCERTITUDE

La notion d'arbitrage en incertitude.

Soit un portefeuille composé de n_z zéro-coupons unitaires et n_a actions.

– position longue → achat du titre i : $n_i > 0$
– position courte → vente du titre i : $n_i < 0$.
  – position courte sur le zéro-coupon : emprunt sans risque classique
  – position courte sur l'action : emprunter les actions et les vendre en $t = 0$, puis les racheter à l'échéance pour les rendre (emprunt dont le montant est incertain).

Valeur du portefeuille : $V = n_z\, v_1 + n_a\, a$

- dans l'état b : $V_{1b} = n_z + n_a\, a_{1b}$
- dans l'état m : $V_{1m} = n_z + n_a\, a_{1m}$

Une **opportunité d'arbitrage** existe s'il est possible de constituer
un portefeuille de valeur initiale nulle, dont la valeur soit
strictement positive dans un état (dans au moins un état)
et non négative dans l'autre état (dans les autres états)

- A l'équilibre, il n'existe pas d'opportunité d'arbitrage.

- En l'absence d'opportunité d'arbitrage, les prix des actifs sont « cohérents » :
  - on peut répliquer les cash-flows d'un actif en composant un portefeuille dont le prix initial est égal au prix de l'actif répliqué.
    on ne peut pas répliquer les cash-flows d'un actif en composant un portefeuille dont le prix initial serait différent du prix de l'actif répliqué.
  - **des actifs ayant les mêmes caractéristiques (la même distribution des cash-flows) ont le même prix.**

Exercice 4 :

1 - Un zéro-coupon unitaire et une action ont les caractéristiques suivantes :

	prix en t = 0	cash-flow si *b*	cash-flow si *m*
zéro-coupon unitaire	0,95	1	1
action	0,95	2	1

Que coûte et que rapporte un portefeuille $n_z = -1$ et $n_a = 1$?

2- Un zéro-coupon unitaire et deux actions, ont les caractéristiques suivantes.

	prix en t = 0	cash-flow si *m*	cash-flow si *b*
zéro-coupon unitaire	0,8	1	1
Action 1	1	0,9	1,6
Action 2	0,88	0,75	1,45

Existe-t-il une opportunité d'arbitrage ? Si oui, laquelle ? Sinon, pourquoi ?

Conséquence de l'absence d'opportunité d'arbitrage :

Il existe des prix d'état positifs, solution du système :

- $v_1 = v_{1b} + v_{1m}$ (actif sans risque)
- $a = v_{1b}\, a_{1b} + v_{1m}\, a_{1m}$ (actif risqué)

La loi du prix unique permet d'évaluer les cash-flows futurs incertains par :

$$VA = C_{1b} \times v_{1b} + C_{1m} \times v_{1m}$$

N.B. : Dans ce modèle simplifié, le nombre de titres est égal au nombre d'états de la nature. On dit que le système de marchés financiers est « complet ».

Exercice 5 : investissement en avenir incertain

Trois titres existent, et deux états du monde sont possibles en t =1 (*b* ou *m*).

	prix en t = 0	cash-flow si *b*	cash-flow si *m*
Obligation d'Etat	90	100	100
Titre contingent M	30	0	100
Action Saturne	?	80	20

(1) Quel est le prix d'équilibre de l'action Saturne ?

(2) Quels sont les cash-flows futurs d'un portefeuille de 100000 € investi à :

   a. 100 % en obligations d'Etat
   b. 100 % en actions S
   c. 50% en obligations et 50% en actions

(3) En investissant 100000 € :

   a. Comment recevoir 160000 € en bonne conjoncture ?

Comment revoir 130000 € en mauvaise conjoncture ?

4- THÉORÈME DE MODIGLIANI-MILLER

Modigliani & Miller (1958) : *Dans un marché parfait des capitaux, la valeur d’une entreprise est indépendante de sa structure de financements.*

4.1- NEUTRALITÉ DE LA STRUCTURE FINANCIÈRE SANS RISQUE

Entreprise créée pour 1 an

- Investissement de durée de vie d'1 an : I = 1 M€, cash-flow attendu : 1,25 M€
- Financement par dette (D) ou fonds propres (FP) : $I = D + FP$.

Pas d'IS

Taux d'intérêt sans risque $r_f = 5\%$.

À la fin de l'année :

- encaissement des flux de trésorerie générés par l'investissement
- paiement des intérêts et remboursement du principal de l'emprunt
- solde versé aux actionnaires sous forme de dividendes

Financement →	100% fonds propres	50% fonds propres et 50% dette (à 5%)
Bilan		
Immobilisations nettes	1,000	1,000
Capitaux propres	1,000	0,500
Dette	0	0,500
Compte de résultat		
résultat d'exploitation : C_1	1,250	1,250
charges financières : $r_f D$	0	0,025
bénéfice : $C_1 - r_f D$	1,250	1,225
Affectation		
remboursement : D	0	0,500
dividendes : $DIV_1 = C_1 - (1+r_f)D$	1,250	0,725

Évaluation des actifs financiers par la règle de la valeur actuelle :

Financement →		100% fonds propres	50% fonds propres et 50% dette (à 5%)
Valeur des actions :	$A=\frac{DIV_1}{1+r_f}$	1,190476	0,690476
Valeur de la dette :	$M=\frac{D\times(1+r_f)}{1+r_f}$	0	0,500000
Valeur de l'entreprise :	$A+M$	1,190476	1,190476
Valeur de l'actif :	$V=\frac{C_1}{1+r_f}$	1,190476	1,190476

→ illustration de la « neutralité de la structure financière ».

Raison fondamentale :
dans le modèle de MM (1958), le cash flow d'exploitation est indépendant de la structure financière (pas d'effets incitatifs)

Créer l'entreprise si elle aboutit à un accroissement de la richesse...

condition de création de valeur : $A > FP$

or $A = \dfrac{DIV_1}{1+r_f} = ... = FP + \dfrac{C_1}{1+r_f} - I = FP + VAN$

donc $A > FP \Leftrightarrow VAN > 0$ → l'accroissement de la richesse des actionnaires résulte d'une valeur actuelle nette positive

La valeur de l'entreprise (A+M) ne dépend pas du mode de financement, elle dépend uniquement des cash-flows d'exploitation futurs actualisés :

$$A + M = FP + D + \frac{C_1}{1+r_f} - I = \frac{C_1}{1+r_f}$$

→ Théorème 1 de Modigliani-Miller : **avec un marché parfait des capitaux, la valeur d'une entreprise est indépendante de son mode de financement.**

« You can't increase the value of a pizza by cutting it up into different slices ».

Exercice 6 : Fixer le prix de nouvelles actions (éviter la dilution)

Un investissement de 1 M€ permet de réaliser un cash-flow de 1,25 M€ dans un an. Le taux d'intérêt sans risque est de 5%. Il n'y a pas d'impôt sur les sociétés.

- Les dirigeants de l'entreprise apportent 100 k€ (1000 actions à 100 €/action).
- La banque prête 500 k€.
- Une augmentation de capital est nécessaire à hauteur de 400 k€ (émission de nouvelles actions).

(1) Comment se répartit la VAN de l'investissement si les nouvelles actions sont émises à 100 €/action ?

(2) Quel prix maximum peut être exigé pour les nouvelles actions ?

4.2- COÛT MOYEN PONDÉRÉ DU CAPITAL ET EFFET DE LEVIER

calcul des rentabilités dans le cadre de l'exemple du §4.1 :

Financement →	100% fonds propres	50% fonds propres et 50% dette (à 5%)
Rentabilité des fds pr : $\frac{DIV_1 - FP}{FP}$	$\frac{1{,}25-1}{1}=25\%$	$\frac{0{,}725-0{,}5}{0{,}5}=45\%$
Rentabilité de la dette :		$\frac{0{,}525-0{,}5}{0{,}5}=5\%$
Coût Moyen Pondéré du Capital	$1\times 25\%=25\%$	$0{,}5\times 45\%+0{,}5\times 5\%=25\%$
Rentabilité de l'actif : $\frac{C_1 - I}{I}$	$\frac{1{,}25-1}{1}=25\%$	$\frac{1{,}25-1}{1}=25\%$

Le coût moyen pondéré du capital est indépendant de la structure financière : il est égal au taux de rentabilité de l'investissement.

$$CMPC \equiv \frac{FP}{FP+D} \times R_{FP} + \frac{D}{FP+D} \times R_D = R_{actifs}$$

(un deuxième résultat de « neutralité de la structure financière)

La rentabilité des actions est fonction croissante du coefficient d'endettement :

$$R_{FP} = R_{actifs} + \left(R_{actifs} - R_D \right) \frac{D}{FP}$$

Effet de levier : si la rentabilité de l'actif est supérieur au coût de la dette, alors la rentabilité des fonds propres est supérieure à celle de l'actif

$$R_{actifs} > R_D \Rightarrow R_{FP} > R_{actifs}$$

→ s'endetter permet d'accroître la richesse des actionnaires !

(il va falloir se demander jusqu'à quel point s'endetter…)

Avant M&M 58, on considérait : coût de la dette < coût des fonds propres
car : fonds propres plus risqués (supportent risque économique + risque financier)
→ On pensait donc que le CMPC peut être optimisé en modulant le levier...

Exemple (le même) :

	Entreprise 1 non endettée	Entreprise 2 : endettée (pour 0,5 au taux de 5%)
Résultat d'exploitation	1,250	1,250
charges financières	0	0,025
Résultat net	1,250	1,225
Remboursement	0	0,500
Dividende	1,250	0,725

Supposons : coût des fonds propres	**25%**	**35%**

	Entreprise 1	Entreprise 2
Supposons : coût des fonds propres	**25%**	**35%**
valeur des actions = div/(1+coût des FP)	$1{,}25/1{,}25=1$	$0{,}725/1{,}35\approx 0{,}537$
Total du bilan	1	0,537 + 0,5 = 1,037
CMPC	25%	$\frac{0{,}537}{1{,}037}35\,\%+\frac{0{,}5}{1{,}037}5\,\%\approx 20{,}53\,\%$

NB :

Valorisation des actions : $R_{FP}=\frac{DIV_1-FP}{FP}\Rightarrow FP=\frac{DIV_1}{1+R_{FP}}$ *actualiser le dividende au taux de rentabilité des fonds propres*

coût des fonds propres = 35 % dans l'entreprise endettée :

- plus de « risque » → rémunération exigée plus élevée
- la valeur de l'etp endettée est supérieure à la valeur de l'etp non endettée
- le CMPC de l'etp endettée est supérieur à la valeur de l'etp non endettée

→ l'etp endettée est sur-évaluée !

M&M montrent que :

si
- deux entreprises se distinguent uniquement par leur levier d'endettement
- le CMPC est différent,

alors ⇨ il existe une **opportunité d'arbitrage**

Un actionnaire de l'entreprise endettée (qui détient par ex. 10% du capital) peut :

revendre ses actions	0,0537
reproduire la structure financière de l'entreprise	
• en s'endettant personnellement (levier de 0,5/0,537 = 93%)	0,0500
• et en achetant des actions de l'entreprise non endettée	0,1037

→ il est dans la même situation qu'avant (mêmes risques économique et financier)

Mais : au lieu de gagner des dividendes de : 10 % × 0,725 = 0,0725

il gagne des dividendes de	10,37 % × 1,25 = 0,1296
et paye des intérêts de rembourse la dette	– 5% × 0,0500 = – 0,0025 – 0,0500
soit un résultat net de	0,0771

→ revente actions etp endettée → ↓ prix de marché → ↑ coût de actions → ↑ CMPC

2.5- THÉORÈME DE MODIGLIANI-MILLER EN AVENIR INCERTAIN

Une entreprise génère des cash-flows futurs incertains C_{1b} et C_{1m}.

Valeur de l'entreprise non endettée : $C_{1b}\ v_{1b} + C_{1m}\ v_{1m}$

Si l'entreprise s'endette, d'un montant (futur) F, sa valeur se décompose en A+D, (valeur des actions + valeur de la dette).

– Si $C_{1b} > C_{1m} > F$, alors la dette est **sans risque**.

	cash-flow	dette	actions
État b	C_{1b}	F	$C_{1b} - F$
État m	$C_{1\mathrm{m}}$	F	$C_{1\mathrm{m}} - F$
Valeur de marché		D = $F\ v_{1b} + F\ v_{1m}$	A = $(C_{1b} - F)v_{1b} + (C_{1m} - F)v_{1m}$

Valeur de l'entreprise endettée = A + D = ... = Valeur de l'entreprise non endettée

– Si $C_{1b} > F > C_{1m}$, alors la dette est **risquée**.

	cash-flow	dette	actions
État b	C_{1b}	F	$C_{1b} - F$
État m	$C_{1\mathrm{m}}$	C_{1m}	0
Valeur de marché		$\mathrm{D} = F\, v_{1b} + C_{1m}\, v_{1m}$	$\mathrm{A} = (C_{1b} - F)v_{1b}$

Valeur de l'entreprise endettée = A + D = ... = Valeur de l'entreprise non endettée

La valeur de l'entreprise est indépendante de sa structure financière.

5- CONCLUSION

- Les décisions financières des entreprises (investissement, financement) doivent maximiser la valeur des actions.

- Avec un marché parfait des capitaux, la maximisation de la valeur des actions implique de réaliser des opérations ayant une VAN positive.

- Avec un marché parfait des capitaux, en l'absence d'impôts, la VAN des opérations de financement est nulle, la valeur de l'entreprise est indépendante de sa structure financière.

Lecture recommandée :

- Varian, H. (1988), « Principe d'arbitrage en économie financière », Annales d’Economie et de Statistiques, n°10, pp. 1-22 (Journal of Economic Perspectives, Vol. 1 Issue 2, pp. 55-72)