Microéconomie Financière
Problèmes récapitulatifs

Choix intertemporels

Problème 1 : Un individu salarié doit faire des choix intertemporels de consommation sur deux périodes, sa « vie active » (période 1) et sa « retraite » (période 2). Son revenu (salarial) de période 1 vaut 2, et il anticipe toucher en période 2 une pension de retraite égale à 1. Au point d'autarcie financière, son TMS de la consommation future à la consommation présente vaut 2/3 en valeur absolue. Le taux d'intérêt entre les deux périodes est de 25%.

1. Définissez et interprétez le TMS de la consommation future à la consommation présente.
2. Écrivez et expliquez la contrainte budgétaire intertemporelle du salarié.
3. Indiquez si le salarié est épargnant ou emprunteur durant sa vie active (justifier).
4. Déterminez et interprétez x si on suppose que la fonction d'utilité du salarié est de la forme :
$$u(C_1,C_2) = \ln C_1 + x \ln C_2$$
$$\text{(rappel : } d\ln C/dC = 1/C)$$
5. Déterminez les consommations optimales (montrez qu'elles valent $C_1^* = 1{,}6$ et $C_2^* = 1{,}5$), et expliquer le « lissage intertemporel » de la consommation.
6. Illustrez sur un schéma (avec la consommation présente en abscisse et la consommation future en ordonnée).
7. Expliquez, à partir de cet exemple et en prenant en considération des éléments d'analyse qu'il ignore, les déterminants de la rémunération des fonds sur les marchés financiers.

Problème 2 : Un individu doit faire des choix intertemporels de consommation sur deux périodes. Sa dotation de période 1 vaut 1, sa dotation de période 2 vaut 0. Sa fonction d'utilité est de la forme : $u(C_1,C_2) = \ln C_1 + \ln C_2$. Il peut reporter sa consommation dans le temps au seul moyen d'une « technologie de production » à rendements marginaux décroissants $f(K) = K^{0,5}$.

1. Écrire sa contrainte budgétaire intertemporelle.
2. Montrer que l'investissement optimal vaut $K^* = 1/3$.
3. Illustrer ses choix optimaux de consommation et d'investissement sur un schéma.

On suppose dorénavant que l'individu dispose à la fois de la « technologie de production » $f(K) = K^{0,5}$ et d'un accès concurrentiel au marché financier (possibilité de placement ou d'emprunt à taux d'intérêt réel donné r) pour reporter sa consommation dans le temps.

4. Écrire sa contrainte budgétaire intertemporelle en valeur actuelle, en faisant clairement apparaître la richesse.
5. Quelle serait sa décision optimale d'investissement ?
6. Quel principe de valorisation des actifs est utilisé dans ce modèle ?
7. On suppose que $r = 0$. Illustrez sur un schéma l'optimum de consommation et d'investissement sur deux périodes.
8. Qu'est-ce que le théorème de séparation de Fisher ?
9. Quelle relation existe à l'optimum entre préférence pour le présent, rendement du capital et taux d'intérêt ?

Choix risqués

Problème 3 : Le Capitaine Haddock est propriétaire du château de Moulinsart et dispose également de 100 k€ sur son compte en banque.
Le château est estimé à 3400 k€, il peut être endommagé à hauteur de 1000 k€ (par une expérience du Professeur Tournesol) avec une probabilité de 1%, et il a une probabilité de 99% de ne subir aucun dommage.
Le Capitaine Haddock peut souscrire un contrat d'assurance intégrale, qui lui verse en cas de dommage une indemnité de 1000 k€, moyennant le paiement d'une prime P.

1. Décrivez la richesse W_N du Capitaine Haddock si le château n'est pas assuré, et la richesse W_A si le château est assuré intégralement.
2. Montrez que l'espérance mathématique de W_N vaut 3490 k€, et que son écart-type vaut environ 99,5 k€.
3. Quel est le **risque pur** associé à chacune de ces richesses ?
4. Que dit le théorème de l'utilité espérée de Von Neumann et Morgenstern, que signifie « être rationnel au sens de Von Neumann et Morgenstern ?
5. Dans le cadre d'analyse de Von Neumann et Morgenstern, expliquez comment définir la notion d'aversion au risque. Puis expliquez comment déterminer la prime d'assurance maximale que le Capitaine serait prêt à payer pour s'assurer intégralement (sans chercher à la calculer)
6. Montrez que cette prime d'assurance est égale à la prime de risque associée à la richesse W_N.

Il se trouve que Bianca Castafiore a exactement la même richesse (en euros) que le Capitaine Haddock (elle a 100 k€ sur son compte en banque et sa collection de bijoux vaut 3400 k€, il y a une probabilité de 1 % qu'elle se fasse voler des bijoux pour une valeur de 1000 k€, et une probabilité de 99 % que sa collection soit intacte). On propose une assurance intégrale aux deux personnages (que l'on suppose rationnels au sens de Von Neumann et Morgenstern).
Le capitaine Haddock est prêt à payer cette assurance environ 10,831 k€ et la Castafiore est prête à payer 11,757 k€.

7. Qui a l'aversion au risque la plus forte ?
8. Illustrez cette différence sur un schéma représentant les fonctions d'utilité.

Solutions

Problème 1 : Un individu salarié doit faire des choix intertemporels de consommation sur deux périodes, sa « vie active » (période 1) et sa « retraite » (période 2). Son revenu (salarial) de période 1 vaut 2, et il anticipe toucher en période 2 une pension de retraite égale à 1. Au point d'autarcie financière, son TMS de la consommation future à la consommation présente vaut 2/3 en valeur absolue. Le taux d'intérêt entre les deux périodes est de 25%.

1. **Définissez et interprétez le TMS de la consommation future à la consommation présente.**

Le TMS de la consommation future (pendant la retraite) à la consommation présente (pendant la vie active) est la valeur absolue de la pente de la courbe d'indifférence dans le plan « consommation présente (abscisse), consommation future (ordonnée) » : c'est donc le rapport « utilité marginale de la consommation présente » sur « utilité marginale de la consommation future ». Il s'interprète donc comme la hausse de consommation future exigée par le décideur (ici : le salarié) afin de compenser une baisse d'une unité de consommation présente, de façon à conserver constante son utilité. Il s'agit ainsi du prix « subjectif » de la consommation présente en termes de consommation future (« subjectif » car dépendant des préférences individuelles du décideur).

2. **Écrivez et expliquez la contrainte budgétaire intertemporelle du salarié.**

La contrainte budgétaire périodique indique qu'à chaque période, la valeur des ressources doit être égale à celle des emplois. Un marché financier permet l'échange des ressources dans le temps : la contrainte budgétaire est alors intertemporelle, de sorte que tout emprunt ou placement présent est remboursé avec rémunération à une période future ; elle indique que la valeur actualisée des ressources (ici : des revenus des périodes 1 et 2) doit être égale à la valeur actualisée des emplois (ici : des consommations des périodes 1 et 2). Dans le cas présent, la contrainte budgétaire intertemporelle s'écrit :
$C_1 + C_2 /(1+25\ \%)= 2 + 1/(1+25\ \%)$ *soit* $C_1 + C_2 /1{,}25 = 2{,}8$.

3. **Indiquez si le salarié est épargnant ou emprunteur durant sa vie active (justifier).**

Le salarié est épargnant durant sa vie active. En effet :

- *Au point d'autarcie financière, le décideur consomme, pendant chaque période, les ressources de la période :* $C_1 = 2$ *et* $C_2 = 1$*. En ce point, le TMS de la consommation future à la consommation présente vaut 2/3, ce qui signifie que le décideur demande une hausse de 2/3 d'unités de consommation future pour renoncer à 1 unité de consommation présente (pour lui, une unité de consommation présente vaut, ou coûte, 2/3 d'unité de consommation future).*
- *Or le taux d'intérêt (réel) est de 25 % : renoncer à une unité de consommation présente permet d'obtenir, grâce au marché financier, 1,25 unités de consommation future.*
- *Renoncer à de la consommation présente permet donc d'obtenir plus de consommation future qu'exigé pour garder l'utilité constante : en renonçant à de la consommation présente, le décideur peut accroître son utilité, de sorte que le panier correspondant à l'autarcie n'est pas n'est pas optimal ! Le salarié a intérêt à consommer moins que sa dotation, donc à épargner, pendant sa vie active (et le fait donc si on suppose qu'il se comporte de manière rationnelle et maximise son utilité).*

4. **Déterminez et interprétez *x* si on suppose que la fonction d'utilité du salarié est de la forme :**
$u(C_1,C_2) = \ln C_1 + x \ln C_2$ (rappel : $d\ln C/dC = 1/C$)

On peut interpréter x comme un facteur d'actualisation subjectif : l'utilité intertemporelle s'écrit comme une somme d'utilités « périodiques » (dépendant uniquement de la consommation de la période) actualisées. On pourrait écrire $x = 1/(1+a)$ *où « a » serait le taux d'actualisation subjectif.*
On peut trouver x en utilisant l'hypothèse selon laquelle TMS au point d'autarcie financière vaut 2/3. Le TMS de la consommation future à la consommation présente est le rapport « utilité marginale de la consommation présente » sur « « utilité marginale de la consommation future » (cf. question 1), soit :
$TMS = [\partial u(C_1,C_2)/\partial C_1]/[\partial u(C_1,C_2)/\partial C_2] = [1/C_1]/[x/C_2] = C_2/(xC_1)$.
Au point d'autarcie financière : $C_1 = 2$ *et* $C_2 = 1$*, et TMS = 2/3. On a donc :* $2/3 = 1/(2x)$*, soit* $x = 0{,}75$.
On pourrait écrire $x \approx 1/(1+33{,}33\%)$*. Le taux d'actualisation « subjectif » du salarié vaut (environ) 33,33 %.*

5. **Déterminez les consommations optimales (montrez qu'elles valent $C_1^* = 1{,}6$ et $C_2^* = 1{,}5$), et expliquer le « lissage intertemporel » de la consommation.**

On détermine les consommations optimales en maximisant $u(C_1,C_2) = \ln C_1 + 0{,}75 \ln C_2$ sous contrainte budgétaire : $C_1 + C_2/1{,}25 = 2{,}8$.
<u>Par substitution :</u> $u(C_1,C_2) = \ln C_1 + 0{,}75 \ln C_2 = \ln C_1 + 0{,}75 \ln(1{,}25\,(2{,}8 - C_1)) = v(C_1)$
La condition de premier ordre est $v'(C_1) = 0$, ce qui donne $C_1^* = 1{,}6$.
La contrainte budgétaire impose : $C_2 = 1{,}25\,(2{,}8 - C_1)$, ce qui donne $C_2^* = 1{,}5$.
<u>Par la méthode de Lagrange :</u>
On écrit le Lagrangien $L(C_1, C_2, \lambda) = \ln C_1 + 0{,}75 \ln C_2 + \lambda[2{,}8 - (C_1 + C_2/1{,}25)]$.
Les conditions de premier ordre :

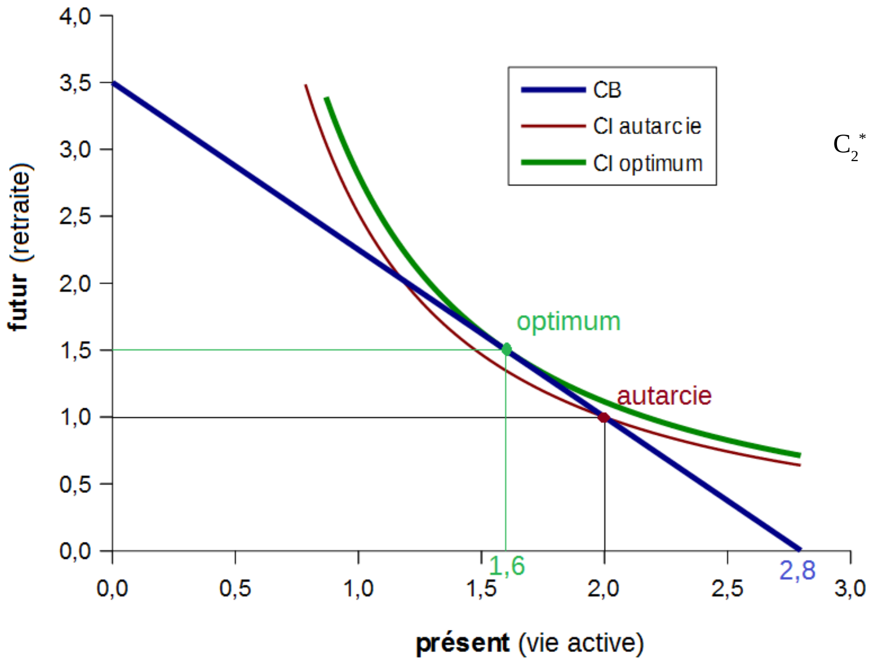
- *$\partial L/\partial C_1 = 0$ donne $\partial u'(C_1,C_2)/\partial C_1 = \lambda$*
- *$\partial L/\partial C_2 = 0$ donne $\partial u'(C_1,C_2)/\partial C_2 = \lambda/1{,}25$*
  soit (en éliminant λ) : $C_2/(0{,}75C_1) = 1{,}25$, ou encore $C_2 = (15/16)\,C_1$.

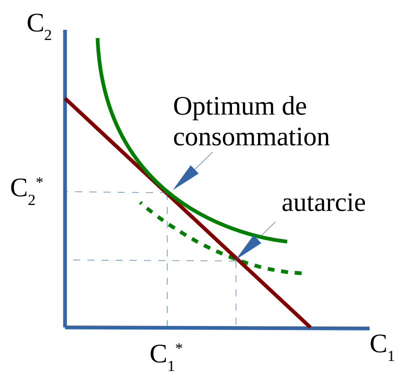
A l'optimum, le TMS (prix subjectif de la consommation présente) doit être égal au prix « objectif » obtenu sur le marché financier, le facteur de capitalisation, à savoir 1 + taux d'intérêt,

- *$\partial L/\partial \lambda = 0$: la contrainte budgétaire doit être respectée : $C_1 + (4/5)\,C_2 = 2{,}8$. (NB : $1/1{,}25 = 4/5$)*

$C_1^* + (4/5)\,C_2^* = 2{,}8$ avec $C_2^* = (15/16)\,C_1^*$ donne : $C_1^* = 1{,}6$ et $C_2^* = 1{,}5$.
Le lissage intertemporel de la consommation est le choix d'un profil de consommation plus lisse dans la temps que l'accès au marché rend possible : en autarcie, $C_1 = 2$ et $C_2 = 1$, la différence entre consommations vaut 1 ; grâce au marché cette différence se réduit à 0,1. Ce lissage est dû à la convexité des préférences.

6. **Illustrez sur un schéma (avec la consommation présente en abscisse et la consommation future en ordonnée).**





7. **Expliquez, à partir de cet exemple et en prenant en considération des éléments d'analyse qu'il ignore, les déterminants de la rémunération des fonds sur les marchés financiers.**

A l'équilibre des marchés financiers, la rémunération des fonds doit rendre compatibles les désirs des offreurs de fonds (épargnants) et des demandeurs de fonds (investisseurs, emprunteurs). Elle sera égale, d'après cet exemple qui illustre un aspect de la théorie de Fisher, au taux de préférence pour le présent (TMS – 1). , et également au , de sorte que les entrepreneurs investissent de manière optimale. D'autres éléments à prendre en compte, sont : la possibilité d'investir (à l'équilibre, la rémunération des fonds égale le rendement marginal de l'investissement, égal à « productivité marginale du capital – 1 », déterminé par la technologie), et le risque et l'attitude à l'égard du risque (ignorés par le modèle de Fisher).

Problème 2 : Un individu doit faire des choix intertemporels de consommation sur deux périodes. Sa dotation de période 1 vaut 1, sa dotation de période 2 vaut 0. Sa fonction d'utilité est de la forme : $u(C_1,C_2) = \ln C_1 + \ln C_2$. Il peut reporter sa consommation dans le temps au seul moyen d'une « technologie de production » à rendements marginaux décroissants $f(K) = K^{0,5}$.

1. **Écrire sa contrainte budgétaire intertemporelle.**

La contrainte budgétaire intertemporelle résulte de la combinaison des contraintes budgétaires des deux périodes : $C_1 + K = 1$ et $C_2 = f(K) + 0$ soit $C_2 = K^{0,5}$. En substituant $K = 1 - C_1$ dans la deuxième égalité, on obtient : $C_2 = (1 - C_1)^{0,5}$. Ici, il n'y a pas de marché financier, donc pas d'actualisation possible de ressources futures...

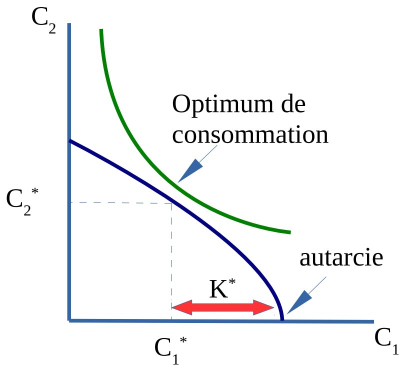
2. ***Montrer que l'investissement optimal vaut $K^* = 1/3$.***

On remplace C_1 par $1 - K$ et C_2 par $K^{0,5}$ dans la fonction d'utilité, soit :$u(1 - K, K^{0,5}) = \ln(1 - K) + \ln K^{0,5}$.

La condition de premier ordre (dérivée par rapport à K nulle) donne : $\frac{1}{1-K}+\frac{0,5}{K}=0$

d'où on tire $K^* = 1/3$.

3. ***Illustrer ses choix optimaux de consommation et d'investissement sur un schéma.***



Avec $K^* = 1/3$, on a :
$C_1^* = 2/3$ et $C_2^* =$ $1/\sqrt{3}\approx 0,577$.

On suppose dorénavant que l'individu dispose à la fois de la « technologie de production » $f(K) = K^{0,5}$ et d'un accès concurrentiel au marché financier (possibilité de placement ou d'emprunt à taux d'intérêt réel donné r) pour reporter sa consommation dans le temps.

4. **Écrire sa contrainte budgétaire intertemporelle en valeur actuelle, en faisant clairement apparaître la richesse.**

La contrainte budgétaire intertemporelle en valeur actuelle s'écrit : $C_1+\frac{C_2}{1+r}=1+\frac{K^{0,5}}{1+r}-K$ *, le deuxième membre étant la richesse (somme actualisée des dotations plus valeur actuelle nette de l'investissement).*

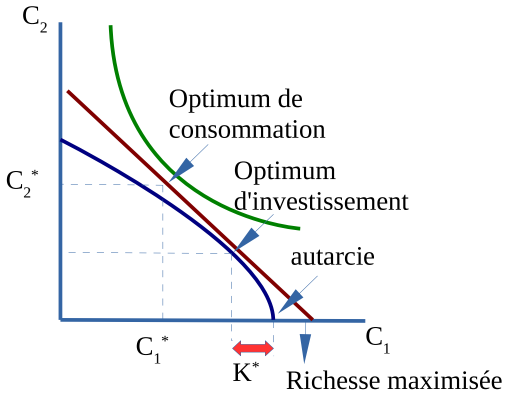
5. ***Quelle serait sa décision optimale d'investissement ?***

L'investissement optimal maximise la richesse : la condition de premier ordre de maximisation de $1+\frac{K^{0,5}}{1+r}-K$ *donne* $0,5\frac{K^{-0,5}}{1+r}-1=0$ *soit* $K^*=\frac{1}{4(1+r)^2}$.

6. ***Quel principe de valorisation des actifs est utilisé dans ce modèle ?***

Le principe de valorisation des actifs utilisé dans ce modèle est le théorème du capital-valeur de Fisher, selon lequel la valeur d'un actif est égale à la somme actualisée des revenus qu'ils génère.

7. **On suppose que $r = 0$. Illustrez sur un schéma l'optimum de consommation et d'investissement sur deux périodes.**



Avec $r = 0$, $K^* = 1/4$, la richesse vaut 5/4, $C_1^* = C_2^* = 5/8$.
On remarque que l'individu épargne $1 - K^* - C_1^* = 1/8$.

8. **Qu'est-ce que le théorème de séparation de Fisher ?**

Le théorème de séparation de Fisher est le résultat selon lequel un marché financier parfait permet la séparation des décisions de consommation et d'investissement. En l'absence de marché financier (cf. question a de l'exercice), la consommation présente et l'investissement sont liés par la contrainte budgétaire de la période présente (on avait : $C_1 + K = 1$*).*

9. **Quelle relation existe à l'optimum entre préférence pour le présent, rendement du capital et taux d'intérêt ?**

A l'optimum, le taux préférence pour le présent, le taux de rendement du capital et le taux d'intérêt sont égaux : $TMS - 1 = f'(K) - 1 = r$*. Une courbe d'indifférence est tangente à la contrainte budgétaire, elle-même tangente à la contrainte technologique.*

Problème 3 : Le Capitaine Haddock est propriétaire du château de Moulinsart et dispose également de 100 k€ sur son compte en banque.
Le château est estimé à 3400 k€, il peut être endommagé à hauteur de 1000 k€ (par une expérience du Professeur Tournesol) avec une probabilité de 1%, et il a une probabilité de 99% de ne subir aucun dommage.
Le Capitaine Haddock peut souscrire un contrat d'assurance intégrale, qui lui verse en cas de dommage une indemnité de 1000 k€, moyennant le paiement d'une prime P.

1. **Décrivez la richesse W_N du Capitaine Haddock si le château n'est pas assuré, et la richesse W_A si le château est assuré intégralement.**

La richesse initiale du Capitaine vaut 3500k€ (valeur du château + dépôt bancaire).
En l'absence d'assurance, la richesse W_N est une variable aléatoire qui peut prendre deux valeurs :
- *3500 k€ avec une probabilité de 99 %*
- *ou 2500 k€ (richesse initiale – dommage) avec une probabilité de 1 %.*

Avec une assurance intégrale, la richesse W_A est certaine : en cas de dommage, le Capitaine est intégralement indemnisé et sa richesse vaut 3500k€ – P = richesse initiale – prime d'assurance – dommage + indemnité (avec dommage = indemnité) ; en l'absence de dommage sa richesse vaut aussi 3500k€ – P (richesse initiale moins prime d'assurance).

2. **Montrez que l'espérance mathématique de W_N vaut 3490 k€, et que son écart-type vaut environ 99,5 k€.**

L'espérance mathématique est la moyenne pondérée par les probabilités :
$E(W_N)$ = 99 % × 3500 k€ + 1 % × 2500 k€ = 3490 k€.
L'écart-type est la racine carrée de la variance, qui est la moyenne (pondérée par les probabilités) des carrés des écarts à l'espérance mathématique :
$V(W_N)$ = 99 % × (3500 k€ – 3490 k€)² + 1 % × (2500 k€ – 3490 k€)² = 9900 (k€)²
L'écart-type vaut bien environ 99,5 k€.

3. **Quel est le risque pur associé à chacune de ces richesses ?**

Le risque pur est le risque de moyenne nulle associé à la richesse.
Le risque pur associé à W_A est nul puisque W_A est certaine.
Le risque pur associé à W_N est la variable aléatoire $Z = W_N - E[W_N]$, qui prend les valeurs :
- *10 k€ avec une probabilité de 99 %*
- *ou – 990 k€ (richesse initiale – dommage) avec une probabilité de 1 %.*

Sa variance vaut $V(W_N)$ = 9900 (k€)²

4. **Que dit le théorème de l'utilité espérée de Von Neumann et Morgenstern, que signifie « être rationnel au sens de Von Neumann et Morgenstern ?**

Le théorème de l'utilité espérée de Von Neumann et Morgenstern dit que : « *Si les préférences d'un décideur sur l'ensemble des loteries vérifient quelques hypothèses, dont l'axiome de continuité et l'axiome d'indépendance, alors il existe une fonction d'utilité (à valeurs réelles) définie sur l'ensemble des loteries, représentant les préférences, ayant la forme d'une « espérance d'utilités » des lots : U(L) = E[u(l)] ».*
Dès lors, être « rationnel sens de Von Neumann et Morgenstern » signifie considérer le choix dans l'incertain comme un choix de « loterie » opéré de manière à maximiser l'espérance d'utilité de sa richesse finale (dont la valeur est affectée par la « loterie » à choisir).

5. **Dans le cadre d'analyse de Von Neumann et Morgenstern, expliquez comment définir la notion d'aversion au risque. Puis expliquez comment déterminer la prime d'assurance maximale que le Capitaine serait prêt à payer pour s'assurer intégralement (sans chercher à la calculer)**

L'aversion pour le risque est l'attitude d'un décideur qui préfère posséder l'espérance des lots d'une loterie avec certitude plutôt que la loterie elle-même, ou encore dont l'utilité diminue si on ajoute un risque pur (aléa d'espérance nulle) à sa richesse, et donc qui est prêt à payer une somme certaine positive pour se débarrasser d'un risque pur. Sa fonction d'utilité VNM est concave.

Pour déterminer la prime d'assurance maximale que le Capitaine serait prêt à payer pour s'assurer intégralement, on raisonne ainsi :

- *S'il ne s'assure pas, le Capitaine a une richesse W_N qui lui procure une utilité $E[u(W_N)]$.*
- *S'il s'assure intégralement, sa richesse est W_A = 3500k€ – P et lui une utilité $E[u(W_A)]$ égale à $u(W_A)$ car W_A est certaine.*
- *Il choisit la richesse W_A plutôt que la richesse W_N si $u(W_A) \geq E[u(W_N)]$. La prime maximale est P telle que l'égalité est vérifiée, soit P telle que :*

$$u(3500k€ – P) = 99\ \% \times u(3500\ k€) + 1\ \% \times u(2500\ k€).$$

Si on note C l'équivalent-certain de la richesse W_N (à savoir la somme certaine qui procure au Capitaine la même utilité que W_N), C vérifie : $u(C) = E[u(W_N)]$, soit $u(C) = u(3500k€ – P)$. Ainsi, P = 3500k€ – C.

6. **Montrez que cette prime d'assurance est égale à la prime de risque associée à la richesse W_N.**

Par définition, la prime de risque associée à la richesse W_N est la somme que le Capitaine est prêt à payer pour se débarrasser du risque pur associé à W_N, à savoir $Z = W_N – E[W_N]$.
Sa richesse initiale procure au Capitaine une utilité $E[u(W_N)]$. S'il paye π pour se débarrasser du risque pur associé à W_N, sa richesse devient $E[W_N] – \pi$ et lui procure une utilité $u(E[W_N] – \pi)$.
Il est donc prêt à payer au plus π tel que : $E[u(W_N)] = u(E[W_N] – \pi)$. C étant l'équivalent-certain de la richesse W_N, π vérifie donc : $E[u(W_N)] = u(C) = u(E[W_N] – \pi)$. Soit : $\pi = E[W_N] – C$.
Ainsi, dans le cas présent : π = 3490 k€ – C.
D'après la réponse à la question 5, on doit donc avoir : u(3500k€ – P) = u(3490 k€ – π). Soit P = 10 + π.

NB : La prime de risque et la prime d'assurance intégrale ne peuvent pas être égales ! En effet :

- *payer la prime de risque permet de conserver une richesse certaine égale à l'espérance mathématique de la richesse initiale (ici, 3490 k€) moins la prime, d'où π = 3490 k€ – C ;*
- *payer la prime d'assurance intégrale permet de conserver une richesse certaine égale à la valeur maximale de la richesse initiale (ici 3500 k€) moins la prime, d'où P = 3500k€ – C.*

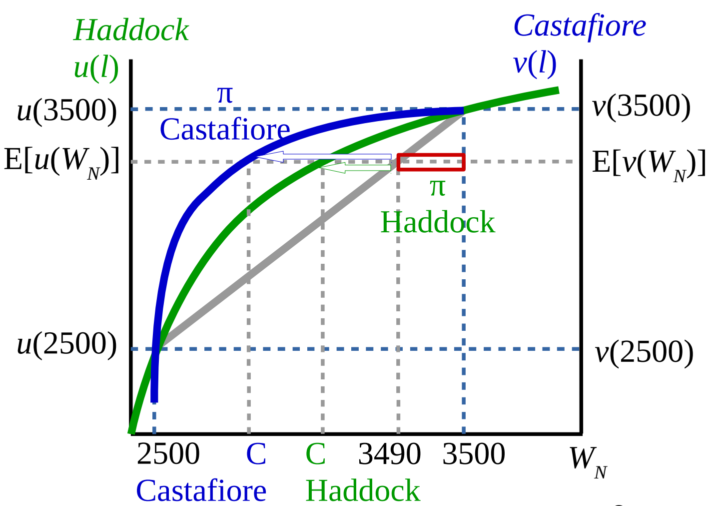
La prime de risque associée à la richesse W_N est égale à la prime d'un contrat d'assurance qui garantirait une richesse certaine égale à l'espérance mathématique de la richesse initiale (et non une richesse certaine égale à la valeur maximale de la richesse initiale). Des questions sont parfois mal posées, et des propositions affirmées de manière péremptoire… il ne faut pas se faire piéger.

Il se trouve que Bianca Castafiore a exactement la même richesse (en euros) que le Capitaine Haddock (elle a 100 k€ sur son compte en banque et sa collection de bijoux vaut 3400 k€, il y a une probabilité de 1 % qu'elle se fasse voler des bijoux pour une valeur de 1000 k€, et une probabilité de 99 % que sa collection soit intacte). On propose une assurance intégrale aux deux personnages (que l'on suppose rationnels au sens de Von Neumann et Morgenstern).
Le capitaine Haddock est prêt à payer cette assurance environ 10,831 k€ et la Castafiore est prête à payer 11,757 k€.

7. **Qui a l'aversion au risque la plus forte ?**

C'est le décideur prêt à payer le plus cher pour s'assurer qui a l'aversion pour le risque. Dans le cas présent, il s'agit donc de la Castafiore.

8. **Illustrez cette différence sur un schéma représentant les fonctions d'utilité.**



Le graphique illustre, en adaptant les échelles des axes des ordonnées, le fait que la Castafiore a une aversion pour le risque plus forte que le Capitaine Haddock : la prime de risque, égale à l'espérance de la richesse moins l'équivalent-certain, est représentée par la flèche horizontale, elle est plus grande pour la Castafiore que pour le Capitaine Haddock
Pour visualiser la prime d'assurance intégrale, ajouter 10 à la prime de risque (base du rectangle rouge).
(NB : les unités sont exprimées en k€)