

THEORIE FINANCIERE

Préparation à l'examen

N.B. : Il faut toujours *justifier* sa réponse.

1. Définissez la préférence pour le présent.
2. Quelles relations peut-on établir entre la préférence pour le présent et le taux d'intérêt ?
3. Qu'est-ce que le « théorème de séparation » de Fisher ?
4. Pourquoi évaluer une entreprise par la valeur actuelle des cash-flows futurs ?
5. Dans quelle mesure le PER permet-il d'évaluer une entreprise ?
6. Expliquez la différence entre la moyenne arithmétique et la moyenne composée annuelle des rentabilités. Laquelle est la plus élevée ?
7. Définissez l'aversion au risque au sens de Markowitz.
8. Dans quel cas réalisez-vous la plus grande réduction du risque en répartissant votre investissement entre deux actions :
 - a- quand les rendements des deux actions sont parfaitement corrélés positivement ?
 - b- quand les rendements des deux actions ne sont pas corrélés ?
 - c- quand les rendements des deux actions sont légèrement corrélés négativement ?
 - d- quand les rendements des deux actions sont parfaitement corrélés négativement ?
9. Vous placez 60% de votre épargne dans l'action A, dont le rendement a un écart-type de 10%, et le reste de votre épargne dans l'action B, dont le rendement a un écart-type de 20%. Quelle est la variance de votre portefeuille si le coefficient de corrélation entre les rendements est de 1 ? Si le coefficient de corrélation entre les rendements est de 0,5 ? Si le coefficient de corrélation entre les rendements est de 0 ?
10. La diversification d'un portefeuille permet-elle *toujours* de diminuer le risque ?
11. Un portefeuille contient deux actions, A, de rendement R_A , et B, de rendement R_B . On note x_A la part de l'action A dans le portefeuille. L'écart-type de R_A est σ_A , celui de R_B est σ_B . La covariance est notée σ_{AB} .
 - a- Quelle est la covariance du rendement du portefeuille avec celui de l'action A ?
 - b- Diminuer la part de l'action A implique d'augmenter celle de B. Comment la variance du portefeuille varie-t-elle si x_A augmente (écrivez la dérivée de la variance du rendement du portefeuille par rapport à x_A en fonction des covariances des rendements du portefeuille et des actions) ?
12. De combien varie le risque d'un portefeuille de N actions si on augmente d'un point de pourcentage la part d'une action (toutes choses égales par ailleurs, c'est-à-dire en supposant constantes les parts des autres actions) ?

13. On considère deux actions, A, de rendement R_A , et B, de rendement R_B . L'écart-type de R_A est σ_A , celui de R_B est σ_B . Le coefficient de corrélation entre les rendements est ρ . Si vous devez placer la moitié de votre portefeuille en actions A, et l'autre moitié en actions B, quelles seraient les caractéristiques idéales de l'action B, étant données celles de A, pour que le risque du portefeuille soit le plus bas possible ?
14. Votre tante canadienne vous lègue un portefeuille qui doit être composé pour moitié d'actions Alcan, et pour moitié d'actions d'une des sociétés suivantes: BP, Deutsche Bank, KLM, LMVH, Nestlé, Sony. Les caractéristiques de ces actions sont les suivantes:

	BP	Deutsche Bank	KLM	LMVH	Nestlé	Sony
Coeff de corrélation avec Alcan	0,39	0,55	0,54	0,61	0,26	0,36
Écart type	0,239	0,381	0,545	0,420	0,155	0,475

Quel est le portefeuille le moins risqué respectant ces contraintes ?

15. Supposons que toutes les actions du marché aient un écart-type de 30%, et que le coefficient de corrélation entre chaque paire d'action soit de 0,4.
- Quel est l'écart-type du rendement d'un portefeuille de équipondéré de 50 actions ?
 - Représentez sur un schéma la relation entre le nombre d'actions et la variance du portefeuille.
 - Représentez sur un schéma la relation entre le nombre d'actions et l'écart-type du portefeuille (N.B. : $\sqrt{0,036} \approx 19\%$).
 - Quel est le niveau de risque qui ne peut pas être éliminé par diversification ?
16. Un individu riscophobe choisit-il le portefeuille de variance minimale ?
17. Définissez la frontière efficiente des portefeuilles d'actifs risqués. Représentez-la sur un graphique, en mettant en évidence les points remarquables.
18. L'équation de la frontière efficiente des portefeuilles d'actifs risqués est donnée par :
- $$\mu_p = 0,06 \pm 0,4 \sqrt{\sigma_p^2 - 0,01}$$
- Quelles sont les caractéristiques du portefeuille de variance minimale (espérance et écart-type de rentabilité) ?
 - Représentez sur un graphique les asymptotes et l'allure de la frontière efficiente.
 - En supposant que le taux sans risque est 3%, montrez que la frontière « singulière » a pour équation : $\mu_p = 0,03 + 0,5 \sigma_p$ et que le « portefeuille tangent » a un rendement d'espérance 11,333% et un écart-type de 16,667%.
19. Combien de termes en variances et combien de termes en covariances sont-ils nécessaires pour calculer le risque d'un portefeuille de 100 actions ? De N actions ?
20. Quels sont les « théorèmes de séparation » découlant de la théorie des portefeuilles de Markowitz, et leurs implications pratiques ?

21. L'équation de la frontière efficiente des portefeuilles d'actifs risqués P est :

$$\mu_P = \mu_V \pm a \sqrt{\sigma_P^2 - \sigma_V^2} \quad \text{où l'indice } V \text{ désigne le portefeuille de variance minimale.}$$

a- En notant que r_f le taux sans risque, déterminez l'espérance et l'écart-type du rendement du « portefeuille tangent ».

b- Déduisez-en que la frontière « singulière » a pour équation : $\mu_P = r_f + \frac{\mu_T - r_f}{\sigma_T} \sigma_P$.

22. Qu'est-ce que le « portefeuille de marché » ? Est-il efficient ?

23. Qu'est-ce que la droite du marché des capitaux (Capital Market Line) ? La droite du marché des titres (Security Market Line) ?

24. Que représente le bêta d'une action ?

25. Les caractéristiques des actions A et B, fondées sur un historique de cours sont :

	A	B
bêta	2,5	1,4
Écart-type de la rentabilité annuelle	56%	36%

L'écart-type de la rentabilité de marché est de 20%. Le coefficient de corrélation entre les rentabilités des actions A et B est de 0,46.

a- Quel est l'écart-type d'un portefeuille investi à parts égales dans A et B ?

b- Quel est l'écart-type d'un portefeuille investi pour 1/3 dans A, 1/3 dans B et 1/3 en bons du Trésor ?

c- Quel est l'écart-type d'un portefeuille investi à parts égales dans A et B, mais financé à 50% par emprunt au taux des bons du Trésor ?

d- Quel est approximativement, l'écart-type d'un portefeuille composé de 100 actions ayant, comme A, un bêta de 2,5 ? Et celui d'un portefeuille composé de 100 actions analogues à B ?

26. Pour chacun des couples d'investissements suivants, en supposant qu'aucune autre possibilité n'est accessible, indiquez celui qui choisirait un investisseur rationnel :

a- Portefeuille Tintin, $r = 18\%$, $\sigma = 20\%$ – Portefeuille Milou, $r = 14\%$, $\sigma = 20\%$

b- Portefeuille Boule, $r = 15\%$, $\sigma = 18\%$ – Portefeuille Bill, $r = 13\%$, $\sigma = 8\%$

c- Portefeuille Spirou, $r = 14\%$, $\sigma = 16\%$ – Portefeuille Fantasio, $r = 14\%$, $\sigma = 10\%$

27. Si un investisseur peut emprunter et prêter au même taux d'intérêt, le choix d'un portefeuille d'actions dépend-il uniquement de son aversion au risque ? Pourquoi ?

28. Supposons que les bons du Trésor offrent une rentabilité de 6% et que la prime de risque du marché soit de 8,5%. L'écart-type des bons du Trésor est nul, celui du portefeuille de marché est de 20%.

a- Calculez l'écart-type d'un portefeuille composé de bons du Trésor et du portefeuille de marché, en fonction de la proportion de bons du Trésor.

b- Donnez une représentation graphique des rentabilités attendues et des écart-types.

29. Calculez le bêta de l'action Alcan par rapport à un portefeuille composé à parts égales de chacune des actions suivantes.

	Alcan	BP	D- Bank	KLM	LMVH	Nestlé	Sony
Écart type	σ	0,239	0,381	0,545	0,420	0,155	0,475
Coefficients de corrélation	Alcan	BP	D- Bank	KLM	LMVH	Nestlé	Sony
Alcan	1	0,39	0,55	0,54	0,61	0,26	0,36
BP		1	0,23	0,29	0,22	0,30	0,14
Deutsche Bank			1	0,36	0,48	0,16	0,39
KLM				1	0,49	0,32	0,19
LMVH					1	0,02	0,50
Nestlé						1	0,10

30. Pour chacun des couples d'investissements suivants, en supposant qu'aucune autre possibilité n'est accessible, indiquez celui qui choisirait un investisseur rationnel :

- d- Portefeuille Tintin, $r = 18\%$, $\sigma = 20\%$ – Portefeuille Milou, $r = 14\%$, $\sigma = 20\%$
- e- Portefeuille Boule, $r = 15\%$, $\sigma = 18\%$ – Portefeuille Bill, $r = 13\%$, $\sigma = 8\%$
- f- Portefeuille Spirou, $r = 14\%$, $\sigma = 16\%$ – Portefeuille Fantasio, $r = 14\%$, $\sigma = 10\%$

31. Huit portefeuilles ont les caractéristiques suivantes.

	A	B	C	D	E	F	G	H
Rentabilité attendue r (%)	10,0	12,5	15,0	16,0	17,0	18,0	18,0	20,0
Écart-type σ (%)	23,0	21,0	25,0	29,0	29,0	32,0	35,0	45,0

- a- Représentez-les sur un graphique.
- b- Trois portefeuilles sont inefficients, lesquels ?
- c- Vous pouvez prêter ou emprunter au taux de 12%. Quel portefeuille choisissez-vous ?
- d- Vous êtes prêt à accepter un écart-type de 25%. Quelle est la rentabilité attendue maximale que vous pouvez obtenir si vous ne pouvez ni prêter, ni emprunter ?
- e- Vous êtes prêt à accepter un écart-type de 25%, vous pouvez prêter ou emprunter au taux de 12%. Quelle est votre stratégie optimale ? Quelle est la rentabilité attendue maximale que vous pouvez obtenir ?

32. Vrai ou faux ? Expliquez ou nuancez si nécessaire.

- a- Les investisseurs exigent une rentabilité plus élevée pour les actions dont les rentabilités sont les plus variables.
- b- Le MEDAF prédit qu'une action de bêta nul a une rentabilité attendue nulle.
- c- Un investisseur qui place 10000€ en bons du Trésor et 20000€ dans le portefeuille de marché aura un bêta égal à 2.
- d- Les investisseurs exigent une rentabilité plus élevée pour les actions fortement exposées au risque macroéconomique.
- e- Les investisseurs exigent une rentabilité plus élevée pour les actions très sensibles aux fluctuations du marché boursier.

33. Le taux des bons du Trésor est de 4% et la rentabilité attendue du portefeuille de marché est de 12%. Sur la base du MEDAF :
- Montrez sur un graphique comment la rentabilité attendue varie avec le bêta.
 - Quelle est la prime de risque du marché ?
 - Quelle est la rentabilité exigée pour un investissement de bêta égal à 1,5 ?
 - Si le marché attend une rentabilité de 11,2% sur l'action A, quel est son bêta ?
34. Un investisseur a le choix entre un actif risqué de rendement R (d'espérance mathématique μ et d'écart-type σ) et un actif sans risque de rendement r_f . Il investit une part x de sa richesse initiale, W_0 , dans l'actif risqué. Sa fonction d'utilité est donnée par $E[u(W)] = E[W] - \frac{1}{2}\theta V[W]$, où W désigne sa richesse finale.
- Écrire sa richesse finale W , l'espérance et la variance de W , en fonction de x , R , r_f et W_0 .
 - Montrer que la part optimale d'actifs risqués, x^* , vaut : $\frac{\mu - r_f}{\theta \sigma^2 W_0}$. Commenter.
35. Un investisseur a le choix entre un portefeuille P composé de n actifs risqués de rendement R (vecteur colonne de dimension n , d'espérance mathématique μ et de matrice de variances-covariances Ω) et un actif sans risque de rendement r_f . On note X le vecteur des composantes de P , dont la somme vaut 1, W_0 la richesse initiale, W la richesse finale. Sa fonction d'utilité est donnée par $U(E[W], V[W]) = E[W] - \frac{1}{2}\theta V[W]$.
- Montrer que $W = W_0(1 + r_f) + x W_0(R_P - r_f)$ où R_P désigne le rendement du portefeuille d'actifs risqués et x la part de la richesse investie dans ce portefeuille.
 - Montrer que la part optimale investie dans le portefeuille d'actifs risqués, x^* , étant données les caractéristiques de ce portefeuille, vaut : $(\mu_P - r_f) / (\theta \sigma_P^2 W_0)$ où μ_P et σ_P désignent respectivement l'espérance et l'écart-type du rendement du portefeuille d'actifs risqués. Commenter.
 - Montrer que l'utilité de l'investisseur détenant une part x^* de sa richesse dans le portefeuille d'actifs risqués et le reste en actifs sans risques vaut : $W_0(1 + r_f) + \frac{1}{2\theta} \left(\frac{\mu_P - r_f}{\sigma_P} \right)^2$.
 - En déduire que le portefeuille d'actifs risqués optimal est celui dont le ratio de Sharpe est le plus élevé, et qu'il ne dépend pas de l'aversion au risque de l'investisseur.
36. Sur une période de temps donnée, la rentabilité moyenne du marché a été de 15%, avec un écart-type de 25%, le taux sans risque étant de 5%. Un fonds « défensif », F1, de bêta égal à 0,3, et un fonds « agressif », F2, de bêta égal à 1,2, ont réalisé les performances suivantes : rentabilité moyenne de 10% et écart-type de 12,5% pour le fonds F1, rentabilité moyenne de 23% et écart-type de 57,5% pour le fonds F2. Commentez ces performances.
37. Un fonds de bêta égal à 2 peut-il avoir un rendement d'écart-type égal à 35% si le rendement du marché a lui-même un écart-type égal à 20% ?
38. D'après le MEDAF :
- Si la « prime de risque » du marché est 8%, quelle serait la « prime de risque » d'un fonds de bêta égal à 0,8 ? égal à 1,2 ? égal à 1,8 ?
 - Si la « prime de risque » du marché est 10%, quel est le bêta d'un fonds offrant une prime de risque de 5% ? de 10 ? de 15% ?