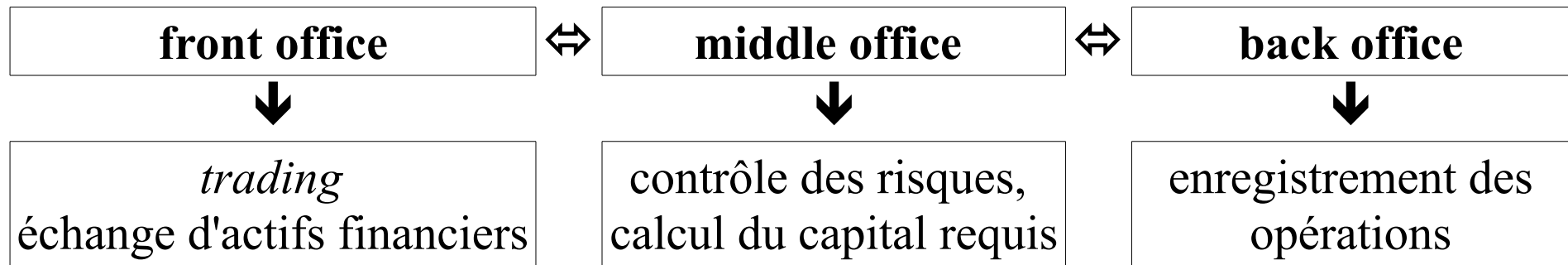


2- Comment les traders gèrent les risques



→ traitement séparé des risques de marché (décomposition du risque global)

ex :

trader responsable de l'exposition au taux de change EUR/USD → s'assure que les limites d'exposition au risque ne sont pas dépassées, prend des positions pour ajuster l'exposition

gestionnaire des risques → agrège l'ensemble des risques individuels pour mesurer l'exposition globale du portefeuille

→ étudier la manière dont les positions sont gérées par le trader : les « *grecques* »

1- Le delta

delta d'un portefeuille = sensibilité de la valeur du portefeuille (V) à une variation d'une variable de marché (S)

$$\delta = \frac{\partial V}{\partial S}$$

le delta est nul \rightarrow portefeuille « delta-neutre »

couverture :

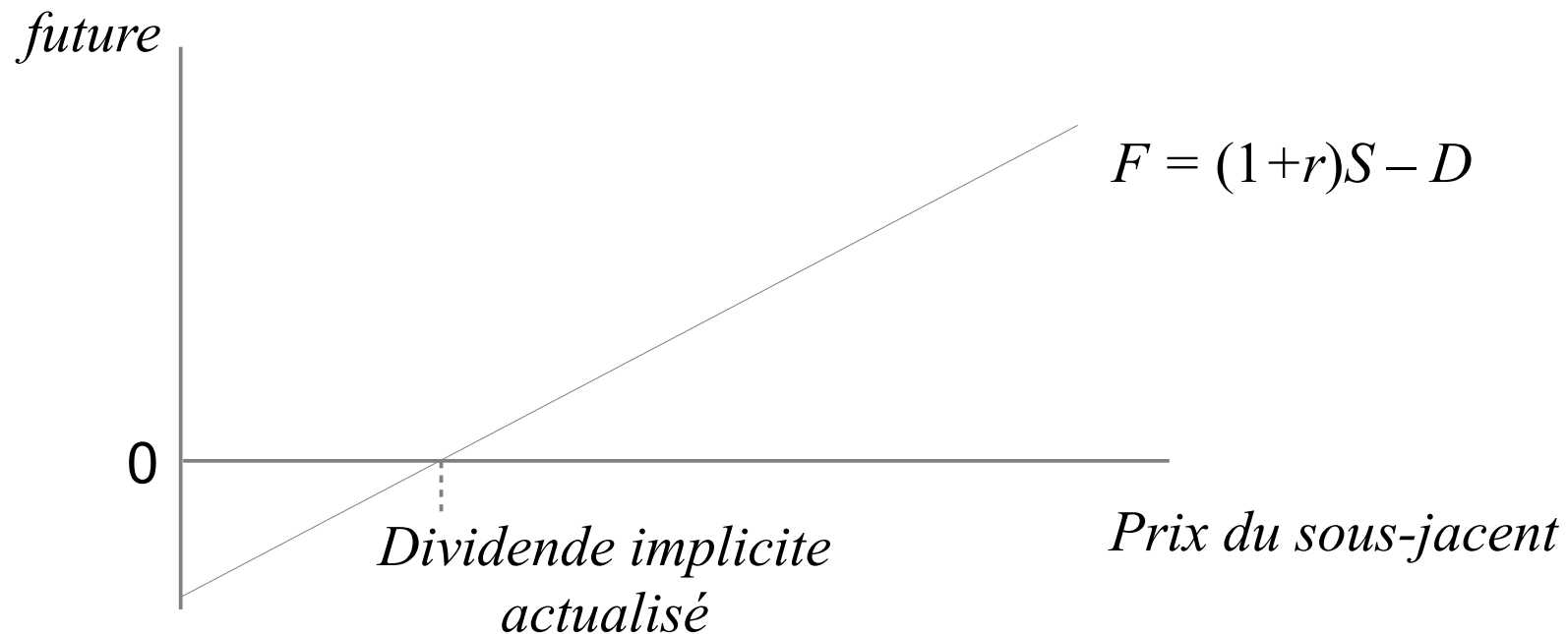
construire un portefeuille (V') en ajoutant au portefeuille initial $-\delta$ sous-jacent :

$$V' = V - \delta S \Rightarrow \frac{\partial V'}{\partial S} = \frac{\partial V}{\partial S} - \delta = 0 \quad (\text{si le delta est constant...})$$

produit linéaire :

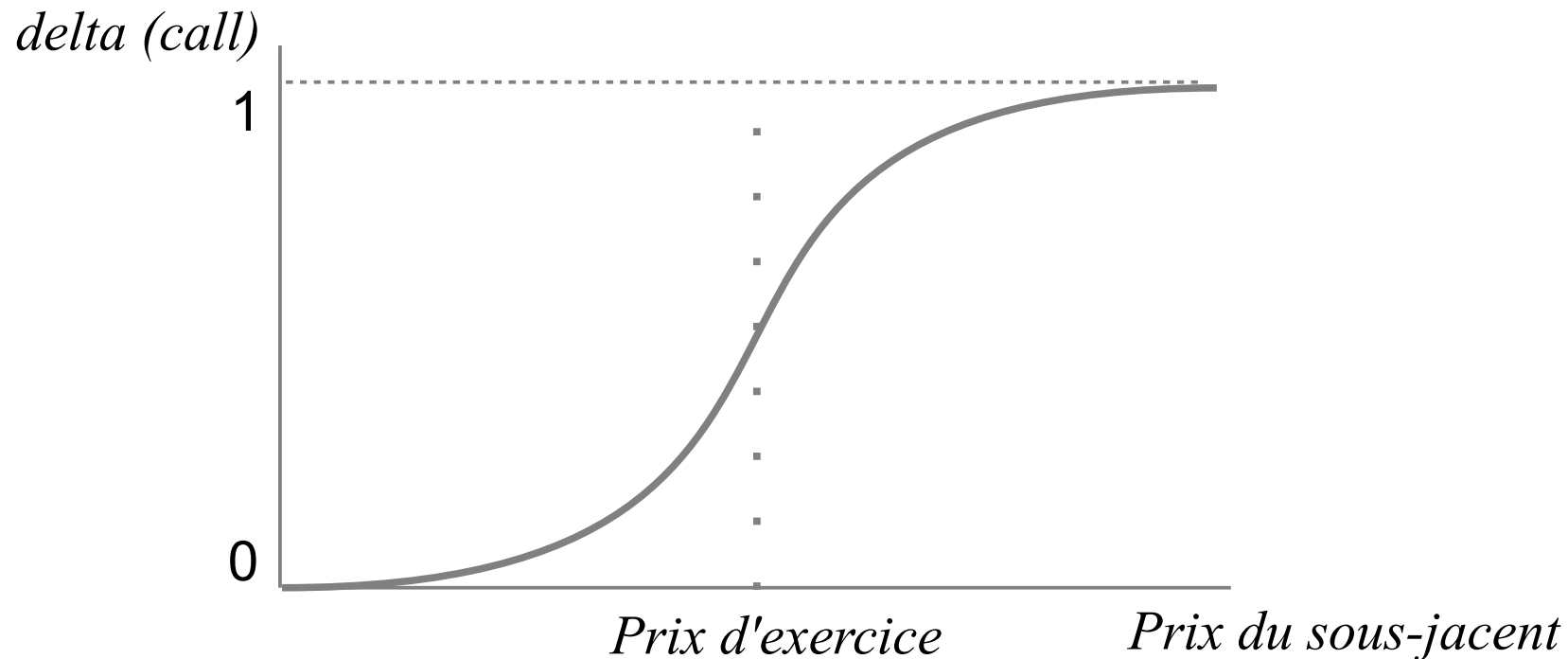
- produit dont la valeur augmente linéairement avec le sous-jacent
- ex : forward, future, swap
- se couvre en prenant une position inverse sur le sous-jacent

ex : couvrir position courte sur forward USD/EUR par position longue sur USD/EUR (vente à terme de USD couverte par achat comptant d'USD).



produit non linéaire :

- relation non linéaire entre la valeur du produit et celle du sous-jacent
- options, produits structurés
- nécessite « couverture dynamique » (ajustements réguliers de portefeuille, « rebalancing »)



Problèmes de la couverture dynamique delta-neutre

rappel sur la réplcation d'un call : acheter δ actions, emprunter $M \rightarrow C = \delta S - M$

en $t = 0$: trader vend n_0 calls \rightarrow les couvre en achetant $n_0 \delta_0$ actions au prix S_0

en $t = 1$: le prix du sous-jacent baisse ($S_1 < S_0$)

- le delta baisse ($\delta_1 < \delta_0$)
- besoin de moins d'actions pour maintenir un portefeuille delta-neutre
- vendre les actions dont le cours a baissé

\rightarrow la couverture des options implique d'*acheter haut et vendre bas* le sous-jacent.

Coûts de transaction :

- élevés pour maintenir une position delta-neutre
- gestion delta-neutre plus adaptée à un large portefeuille de dérivés portant sur le *même sous-jacent* (une seule transaction sur le sous-jacent annule le delta du portefeuille global) \rightarrow traitement séparé des risques de marché

2- Le gamma

gamma d'un portefeuille d'options = sensibilité du delta du portefeuille à une variation de la valeur du sous-jacent (S)

$$\Gamma = \frac{\partial \delta}{\partial S} = \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}$$

→ mesure la « convexité » de la relation entre portefeuille et sous-jacent

- le gamma est nul pour les produits linéaires
- le gamma d'un put est égal au gamma d'un call (parité put call)
- le gamma est positif pour une position longue en options
- le gamma d'une option est plus élevé quand le cours du sous-jacent est proche du prix d'exercice

Interprétation importante en pratique : $\Gamma \times \Delta S =$ nombre de titres sous-jacents à vendre ou acheter pour que le portefeuille redevienne delta-neutre après ΔS .

3- Le thêta

thêta d'un portefeuille d'options = sensibilité de la valeur du portefeuille au temps (à la durée de vie de l'option)

$$\theta = \frac{\partial V}{\partial t}$$

- le thêta d'une option est généralement négatif (la valeur d'une option diminue quand l'échéance approche)
- le thêta est généralement négatif pour une position longue en options
- le thêta d'un call est inférieur au thêta d'un put (parité put call)
- le thêta d'une option est plus important quand le cours du sous-jacent est proche du prix d'exercice...

Arbitrage gamma/thêta dans un portefeuille d'options gérées en delta-neutre

Gestion d'un portefeuille delta-neutre en cas de hausse de S :

- si $\Gamma > 0$ hausse de δ
 - revenir à delta-neutre en vendant le sous-jacent
- si $\Gamma < 0$ → baisse de δ
 - revenir à delta-neutre en achetant le sous-jacent

Avantage d'une position gamma-positive :

→ pour rester delta-neutre, il faut *acheter bas et vendre haut* le sous-jacent

→ plus la volatilité du sous-jacent est grande, plus la position gamma-positive est avantageuse

- un acheteur d'options en position gamma-positive (resp. négative) a intérêt à ce que la volatilité effective soit la plus élevée (resp. basse) possible

→ intervenir sur des options dont le gamma est géré = faire un pari sur la différence entre la volatilité encaissée ou payée initialement (volatilité implicite) et la future volatilité effectivement réalisée.

MAIS le thêta et le gamma d'un portefeuille géré en delta-neutre sont de signes opposés :

- une position gamma-positive (resp. négative) perd (resp. gagne) de la valeur avec le temps
- les deux effets s'équilibrent en l'absence d'opportunité d'arbitrage

→ la mise en œuvre d'une stratégie delta-neutre gagnante sur le long terme repose sur des capacités d'anticipation supérieures du trader ou sur des imperfections de marché.

4- Le véga

véga d'un portefeuille d'options = sensibilité de la valeur du portefeuille à la volatilité de l'actif sous-jacent

$$v = \frac{\partial V}{\partial \sigma}$$

- le véga d'une option est positif (la valeur d'une option est plus élevée pour des sous-jacents plus volatiles)
- le véga d'un call est égal au véga d'un put (parité put call)
- le véga d'une option est plus important quand le cours du sous-jacent est proche du prix d'exercice...

Portefeuille véga-neutre : protégé contre les variations de volatilité du sous-jacent.

Pour avoir un portefeuille à la fois gamma-neutre et véga-neutre, deux dérivés sur le même sous-jacent sont nécessaires → peut être difficile en pratique

5- Le rhô

rhô d'un portefeuille d'options = sensibilité de la valeur du portefeuille au taux d'intérêt

$$\rho = \frac{\partial V}{\partial r}$$

- le rhô d'un call est positif, le rhô d'un put est négatif
- une option de change a deux rhôs (car deux devises)

Une variation du taux d'intérêt a deux effets sur le portefeuille :

- effet direct (rhô)
- effet indirect (via le prix du sous-jacent)

$$\frac{dV}{dr} = \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial S} \frac{dS}{dr} = \rho + \delta \frac{dS}{dr}$$

6- La variation de la valeur d'un portefeuille

La valeur du portefeuille (V) contenant un actif de prix S et différentes options ayant cet actif comme sous-jacent dépend du prix du sous-jacent (S), de sa volatilité (s), du taux d'intérêt (r) et du temps (t).

Développement limité :

$$\Delta V = \frac{\partial V}{\partial S} \Delta S + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} (\Delta S)^2 + \frac{\partial V}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial V}{\partial \sigma} \Delta \sigma + \frac{\partial V}{\partial r} \Delta r$$

$$\Delta V = \delta \Delta S + \frac{1}{2} \Gamma (\Delta S)^2 + \theta \Delta t + \nu \Delta \sigma + \rho \Delta r$$

immuniser le portefeuille contre la variation d'une variable → annuler la grecque

En général, un trader :

- maintient le delta-neutre (a un delta proche de 0 en fin de journée)
- gère les gamma et véga (de manière plus espacée)

Les institutions financières ont des positions courtes en options

- gamma et véga négatifs
- problème atténué par le passage du temps (options vendues initialement proches de la monnaie peuvent devenir dans/hors de la monnaie, et leur gamma et véga diminuent)

Outre la surveillance des grecques, les traders recourent à des analyses de scénario. (variations simultanées de plusieurs variations).

7- Applications :

1. Le delta d'un portefeuille d'actifs dérivés sur l'indice SP500 vaut -2100. Que se passe-t-il si l'indice passe de 1000 à 1005 ?
2. Le véga d'un portefeuille de dérivés sur taux de change EUR/USD vaut 200 (€/%). Comment évolue la valeur du portefeuille si la volatilité du taux de change passe de 12% à 14% ?
3. Le gamma d'un portefeuille delta-neutre vaut 30 (par €). Comment évolue la valeur du portefeuille si le prix du sous-jacent monte de 2€ ? baisse de 2 € ?
4. Que signifie « le delta d'un call vaut 0,7 » ? Comment un position courte sur 1000 options peut-elle être établie en delta-neutre si le delta de chaque option est de 0,7 ?
5. Que signifie « le thêta d'une position en options est -100/jour » ? A prix et volatilité du sous-jacent donnés, quel type de position en option est appropriée ?

6. Quel est le risque encouru par une position delta-neutre de gamma positif élevé ?
7. Une banque utilise une couverture delta-neutre sur un portefeuille constitué de positions longues en calls et puts sur une devise. Quelle situation lui est la plus favorable : un taux spot virtuellement constant, ou de fortes variations du taux spot ?
8. La position longue d'une banque sur options de change USD/EUR a un delta de 30000 et un gamma de -80000. Comment interpréter ces nombres ? Si le taux de change USD/EUR est de 0,90, comment établir une position delta-neutre ? Si après une courte période, le taux de change passe à 0,93, comment estimer le nouveau delta ? Quel ordre d'achat ou de vente permet de revenir en position delta-neutre ? Si la banque était en position delta-neutre à l'origine, la variation du taux de change lui a-t-elle fait perdre ou gagner de l'argent ?
9. Le gamma et le véga d'un portefeuille delta-neutre sont respectivement de 50 et 25. Quel est l'impact d'un choc entraînant une baisse de 3€ du cours du support et une hausse de la volatilité de 4%.

10. Une institution financière dispose du portefeuille suivant, composé d'options OTC sur la livre sterling :

type	position	delta	gamma	véga
call	-1000	0,50	2,2	1,8
call	-500	0,80	0,6	0,2
put	-2000	-0,40	1,3	0,7
call	-500	0,70	1,8	1,4

Une option est disponible avec un delta de 0,6, un gamma de 1,5 et un véga de 0,8.

- Quelle position de l'option et sur la livre sterling permet d'obtenir un portefeuille delta- et gamma-neutre ?
- Quelle position de l'option et sur la livre sterling permet d'obtenir un portefeuille delta- et véga-neutre ?
- Une autre option est disponible avec un delta de 0,1, un gamma de 0,5 et un véga de 0,6. Comment rendre le portefeuille delta-, gamma- et véga-neutre ?