

## 4- JEUX DYNAMIQUES A INFORMATION INCOMPLETE

On les appelle aussi **jeux bayésiens dynamiques**

- Les joueurs choisissent séquentiellement leurs actions...
- Au moins un joueur ne connaît pas la fonction de paiement d'un autre (information incomplète) → un joueur n'observe pas un coup de la nature...

→ utiliser l'information disponible (coups observés) pour réviser ses croyances

Applications : dissuasion d'entrée, jeux de signaux, contrats (théorie de l'agence)

### Plan du chapitre :

- 1- Introduction à l'équilibre bayésien parfait
- 2- Les jeux de signaux
- 3- Equilibre bayésien parfait d'un jeu de signaux :

## 1- Introduction à l'équilibre bayésien parfait (Kreps & Wilson 1982)

Renforcer le concept d'équilibre de Nash parfait en sous-jeux...

→ à chaque ensemble d'information d'un joueur, celui-ci doit avoir une croyance sur le nœud qui a été atteint (une distribution de probabilités)

→ les stratégies des joueurs doivent être « séquentiellement rationnelles », c'est-à-dire optimales compte tenu de leurs croyances, et des stratégies subséquentes des autres joueurs

→ les croyances sont déterminées par la règle de Bayes et les stratégies d'équilibre des joueurs dans tous les ensembles d'information situés sur le sentier d'équilibre (c'est-à-dire qui seront atteints avec probabilité non nulle si les joueurs jouent leur stratégie d'équilibre).

## 2- Les jeux de signaux

La nature tire au sort le type de l'émetteur,  $t_i$ , selon une distribution  $p(t_i)$  ;

L'émetteur E observe son type et envoie un signal  $m_j$  ;

Le récepteur R observe le signal, mais pas le type de l'émetteur, et choisit une action  $a_k$  ;

Les gains sont  $u_E(t_i, m_j, a_k)$  et  $u_R(t_i, m_j, a_k)$

Application : « théories du signal » expliquant la structure financière

	émetteur	récepteur	type	message	action
Ross (1977)	dirigeant d'entreprise	financeur	profitabilité	niveau de dette	décision d'investir
Myers & Majluf (1984)	dirigeant d'entreprise	financeur	profitabilité	émission d'actions	décision d'investir

Une stratégie pure de l'émetteur :  $m(t_i) \rightarrow$  signal en fonction du type

Une stratégie pure du récepteur :  $a(m_j) \rightarrow$  action en fonction du signal

### 3- Equilibre bayésien parfait d'un jeu de signaux :

Un équilibre bayésien parfait en stratégies pures d'un jeu de signaux est une paire de stratégies  $\{m^*(t_i), a^*(m_j)\}$  et une croyance  $P(t_i|m_j)$  qui satisfont les conditions :

- le récepteur formule une « croyance » sur le type de l'émetteur (distribution de probabilité conditionnelle) :  $P(t_i|m_j)$  telle que

$$P(t_1|m_j) + \dots + P(t_N|m_j) = 1$$

- le récepteur choisit, pour tout signal  $m_j$ , étant données ses croyances, une action optimale  $a^*(m_j)$  qui maximise son utilité espérée :

$$P(t_1|m_j) u_R(t_1, m_j, a) + \dots + P(t_N|m_j) u_R(t_N, m_j, a)$$

- l'émetteur choisit, pour tout type  $t_i$ , un signal optimal  $m^*(t_i)$  qui maximise son utilité, étant donnée la stratégie du récepteur :

$$u_E(t_i, m_j, a^*(m_j))$$

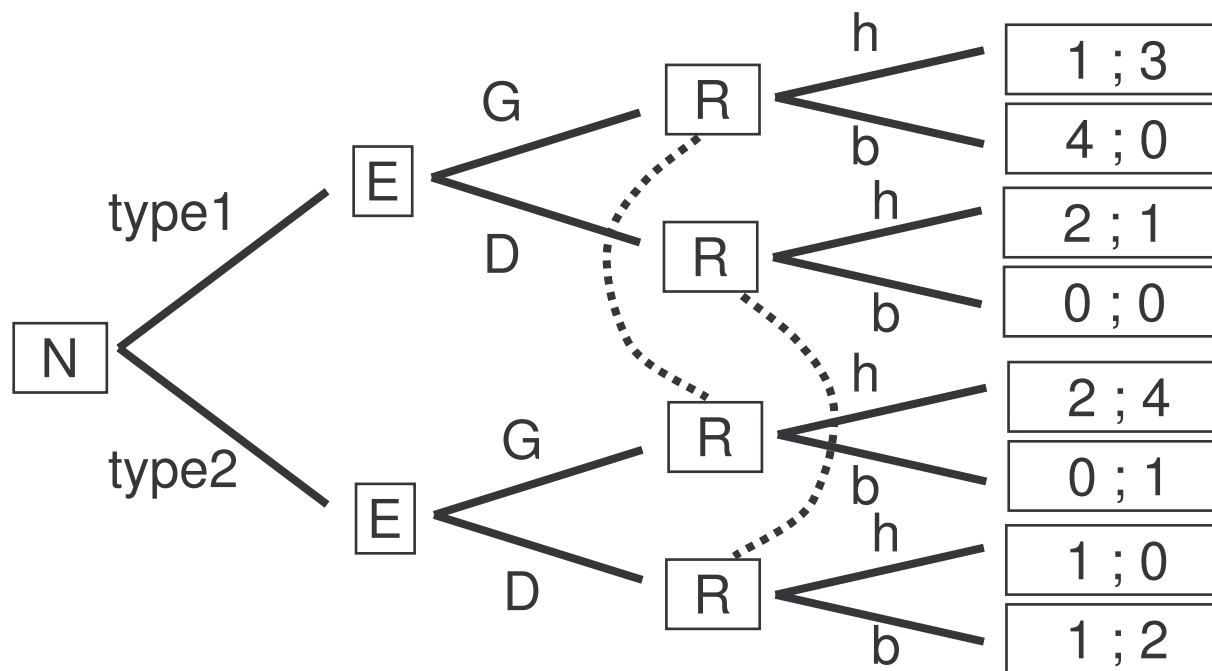
- les croyances du récepteur doivent être conformes à la règle de Bayes et à la stratégie de l'émetteur :

$$P(t_i|m_j) = P(t_i) / \sum_T P(t_i)$$

où  $T = \{t_i \mid m^*(t_i) = m_j\}$  est l'ensemble des types d'émetteurs qui envoient le signal  $m_j$  en utilisant la stratégie optimale  $m^*(t_i)$

Si la stratégie de l'émetteur est mélangeante, on dit que l'équilibre est mélangeant.  
 Si stratégie de l'émetteur est discriminante, on dit que l'équilibre est discriminant.

Exemple :

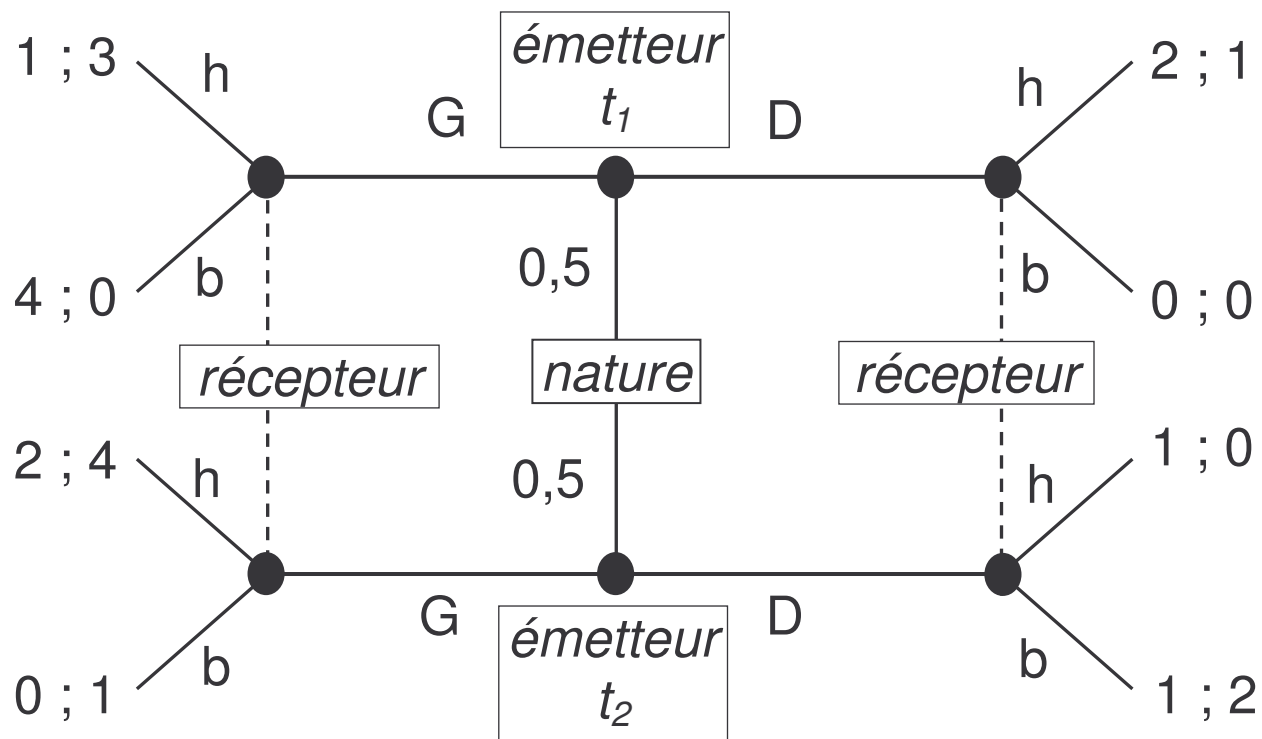


E et R ont chacun 4 stratégies pures.

Pour E : stratégies mélangeantes :  $\{m(t_1) = G ; m(t_2) = G\}$  et  $\{m(t_1) = D ; m(t_2) = D\}$

stratégies discriminantes :  $\{m(t_1) = G ; m(t_2) = D\}$  et  $\{m(t_1) = D ; m(t_2) = G\}$

Autre présentation :



*En principe*, 4 équilibres bayésiens parfaits en stratégies pures sont possibles

- mélangeant sur *G*
- mélangeant sur *D*
- discriminant  $T_1$  jouant *G* (et  $T_2$  jouant *D*)
- discriminant  $T_1$  jouant *D* (et  $T_2$  jouant *G*)

Equilibre mélangeant sur G :  $\{G ; G\} ; \{h ; b\} ; p = 0,5 ; q \leq 2/3$

stratégies de l'émetteur :  $\{m^*(T_1) ; m^*(T_2)\} = \{G ; G\}$

stratégies du récepteur :  $\{a^*(G) ; a^*(D)\} = \{h ; b\}$

croyances du récepteur :  $p = P(T_1|G)$  et  $q = P(T_1|D)$

Equilibre mélangeant sur D : impossible

Equilibres discriminant ( $T_1$  jouant G) : impossible

Equilibres discriminant ( $T_1$  jouant D) :  $\{D ; G\} ; \{h ; h\} ; p = 0 ; q = 1$

## Dans le modèle de financement de Myers & Majluf :

Une entreprise ayant un projet d'investissement rentable tente de le financer en émettant de nouvelles actions.

Les nouveaux actionnaires potentiels (« investisseurs ») ne connaissent pas la valeur de l'entreprise (élevée ou basse) :

→ s'ils l'évaluent à la valeur moyenne, ils sous-évaluent l'entreprise à valeur élevée, et surévaluent l'entreprise à valeur basse.

→ une entreprise à valeur élevée est prête à émettre moins d'actions qu'une entreprise à valeur basse.

→ l'émission de nouvelles actions peut être interprétée comme un signal de « mauvaise qualité ».

Un équilibre mélangeant (l'entreprise émet des actions, quelque soit son type, et les investisseurs les souscrivent) à condition que la probabilité que l'entreprise est à valeur basse soit suffisamment petite.

Un équilibre discriminant existe : l'entreprise à valeur élevée n'émet pas assez d'actions, le nouvel actionnaire ne souscrit pas ; l'entreprise à valeur basse émet des actions que le nouvel actionnaire souscrit.

→ l'entreprise à valeur élevée ne trouve pas de financement

→ théorie de la hiérarchie des financements (*pecking order*) : recourir au financement par actions avoir épuisé les possibilité d'autofinancement et de financement externe par contrat de dette.